

ЗАКОН ЦИПФА-ПАРЕТО В ФИЗИКЕ И ЭКОНОМИКЕ

«Принцип 80/20 остаётся одной из величайших тайн нашего времени, и даже те немногие из осведомленных о нём, кто знает и применяет его, используют лишь небольшую долю его мощи» (Ричард Кох).

Рассматривается закон Ципфа-Парето, утверждающий, что 80% результата обусловлено 20% усилий, и проявление этого закона в экономике и физике. Показано, что соотношение 80/20 выполняется только при определенном числе случайных событий. Обсуждаются некоторые аналогии между физико-механическими и социально-экономическими закономерностями.

В 1949 году американский филолог **Джордж Ципф** (Гарвардский университет) открыл чрезвычайно интересную закономерность, значение которой выходит далеко за рамки лингвистики. Если все слова естественного языка (или просто достаточно длинного текста) расположить по убыванию частоты их использования, то частота n -го слова в таком списке окажется обратно пропорциональной его порядковому номеру n , который называется *рангом* этого слова. Например, второе по используемости слово встречается примерно в два раза реже, чем первое, третье – в три раза реже, чем первое, и т. д. На рис. 1, по горизонтальной оси отложен ранг слова, по вертикальной – частота на миллион слов (рисунок заимствован из *Википедии*). График представляет собой гиперболу. Со статистической точки зрения составленный таким образом словарь представляет собой большое количество *случайных событий* (слово, выбранное наугад из словаря, есть случайное событие!). При этом небольшое количество слов встречается очень часто, а подавляющее большинство слов имеют очень невысокую частоту. Частота союза *и* (самого частотного слова в русской художественной прозе) примерно в 10 раз выше частоты предлога *о*, который в свою очередь встречается в 100 раз чаще таких слов, как *путешествие*, *старость* или *мода*.

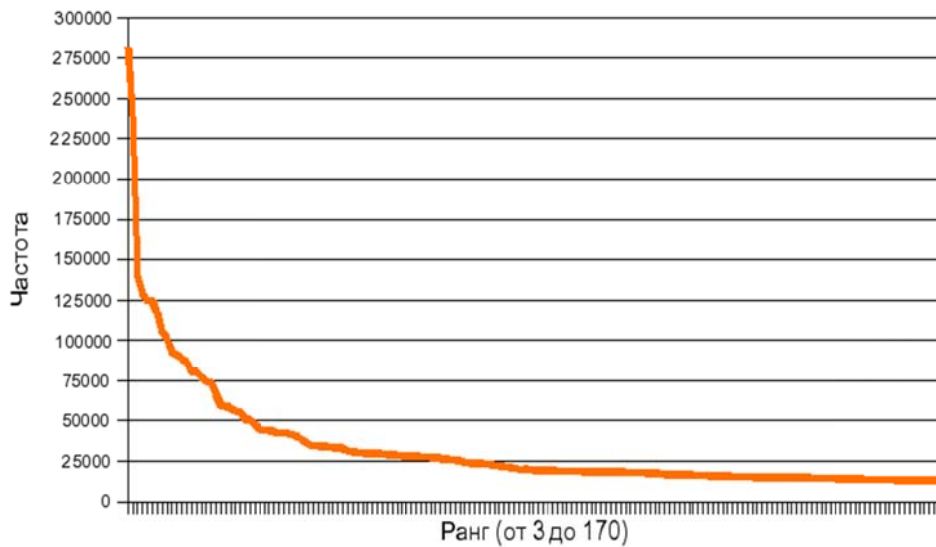


Рис. 1

В 1992 г. **Вентьян Ли** [1] строго доказал, что любая случайная последовательность символов (например, случайный текст, составленный из равновероятных статистически независимых букв) подчиняется закону Ципфа. Автор делает гипотетический вывод, что закон Ципфа является, скорее всего, чисто статистическим феноменом, не имеющим отношения к семантике текста. Идея доказательства этого факта состоит в следующем. Вероятность случайного появления какого-либо слова длиной n в цепочке случайных символов уменьшается с ростом n в той же пропорции, в какой растёт при этом номер этого слова в частотном списке. Потому произведение номера слова на его частоту есть константа. Несмотря на неопровержимую строгость этого доказательства, заключительный вывод Вентьяна Ли представляется недостаточно обоснованным, поскольку естественные языки, на материале которых был открыт Ципфом его закон, очень сильно

отличаются от предложенной Вентьяном Ли модели. И всё же результат этот следует признать чрезвычайно интересным и проливающим хотя бы какой-то свет на природу установленной Ципфом таинственной закономерности.

Для того, чтобы доказать неизменную повторяемость этой схемы в явлениях разной природы, Ципф рассматривал статистику народонаселения, область филологии и динамику промышленности. Например, он проанализировал статистику браков, заключенных в 1931 г. в 20 кварталах г. Филадельфия, и показал, что 70% браков было заключено между людьми, проживавшими друг от друга на расстоянии, не превышающем 30% протяженности этой территории. Ципф дал формулировку закона в следующей форме: **ресурсы (люди, товары, время, знания или любой другой источник продукта) самоорганизуются так, чтобы свести к минимуму затраченную работу, и, таким образом, приблизительно 20–30% любого ресурса производят 70–80% результата, связанного с этим ресурсом («закон 80/20» или «70/30»).**

Однако, в научной литературе «законом Ципфа» называют закономерность, которой подчиняется отсортированный частотный словарь любого текста:

$$f(n) = C / n^\gamma, \quad (1)$$

где $f(n)$ – функция распределения; n – ранг слова; $\gamma \geq 1$ – множитель; C – постоянная, которую можно найти из условия нормировки.

Данная зависимость (1) известна также как «*универсальное гиперболическое ранговое распределение*», которое обеспечивает упомянутое выше соотношение «80/20». Покажем это. Пусть N – число слов в словаре, а ΔN – число слов, ранг которых находится в интервале от n до $(n + \Delta n)$. Тогда долю таких слов в словаре $\Delta N/N$ можно интерпретировать как вероятность того, что наугад взятое слово имеет ранг, лежащий в интервале от n до $(n + \Delta n)$, а $f(n) = \Delta N / (N \cdot \Delta n)$ есть плотность вероятности того, что слово имеет ранг n (вероятность на единицу случайной величины). График $f(n)$ представляет собой *гиперболу*, подобную изображенной на рис. 1. Учитывая (1) и полагая $\gamma = 1$, можно записать

$$f(n) = \Delta N / (N \cdot \Delta n) = C/n, \quad (2)$$

Выражение (2) не интегрируемо в интервале $0 \leq n \leq \infty$. Но реальное число рассматриваемых объектов велико, но конечно. Это позволяет провести интегрирование и осуществить нормировку функции распределения. Пусть, например, в словаре $N = 3125$ слов. Интегрируя (2) по n в интервале от 1 до 3125 и от 1 до 625 ($625 = 20\%$ от 3125), можно получить соотношение «80/20». При $N < 3125$ соотношение это будет меньше, а при $N > 3125$ больше, чем «80/20». При $N \rightarrow \infty$ получим в пределе 100/20. В приведённых рассуждениях мы имели в виду ципповский словарь, но очевидно, что такие же рассуждения легко провести для любого гиперболического распределения.

Ципф, однако, не был первооткрывателем закона. Ещё в 90-х гг. XIX века итальянский экономист и социолог **Вильфредо Парето** (1848–1923), изучая экономику Англии, обратил внимание на то, что большая часть доходов и материальных ценностей в исследованных группах принадлежит меньшинству людей. Он установил соотношение между численностью группы людей и долей богатства или дохода, контролируемой этой группой. Важность открытия Парето была осознана только после второй мировой войны.

Парето определил также оптимум экономической эффективности хозяйственной системы, известный в экономике как «*Парето-эффективность*». Смысл определения оптимума заключается в нахождении определенного состояния хозяйственной системы, при которой «невозможно увеличить степень удовлетворения потребностей хотя бы одного человека, не ухудшая при этом положение другого». Хозяйственная система оказывается аналогом замкнутой термодинамической системы, оптимум экономической эффективности соответствует термодинамическому равновесию. Таким образом, **аналогом «Парето-эффективности» в физике является первое начало термодинамики (закон сохранения энергии).**

Закон Ципфа-Парето (иначе его называют «закон 80/20» или «*ранговый закон*») приводит, в частности, к следующим удивительным результатам:

- для составления 80% предложений достаточно 20% слов (собственно закон Ципфа);
- 80% работы выполняют 20% сотрудников (закон Лотка);
- 80% научных публикаций принадлежат 20% ученых;
- 80% профильной информации сосредоточено в 20% научных журналов (закон Бредфорда);
- 80% материальных ценностей владеют 20% населения (принцип Парето);
- 80% времени процессора занимают 20% машинных команд.

Ранговый закон можно встретить практически на каждом шагу. Именно: 80% населения сосредоточено в 20% городов; 20% ассортимента продукции дают 80% от общего объема продаж в денежном выражении; 20% покупателей приносят компании 80% прибыли; 20% преступников совершают 80% преступлений; 20% водителей виновны в 80% дорожно-транспортных происшествий; 20% вступивших в брак ответственны за 80% разводов; 80% всего времени человек носит 20% имеющейся у него одежды; 80% всех ложных тревог при срабатывании противоугонной сигнализации вызывается 20% возможных причин; 80% отличных оценок дают 20% студентов (и 80% неудовлетворительных оценок получают тоже 20% студентов!) и т. д.

Не надо думать, что закон Ципфа это только забавный курьез. В конце 20-го века этот закон начал активно использоваться для **оптимизации производства**. Английский экономист **Ричард Кох** пишет в этой связи: «...20% продукции, клиентов или работников реально приносят 80% прибыли. Если это так, – а детальные исследования обычно подтверждают существование приблизительно настолько сильного дисбаланса, – то картину в целом нельзя назвать эффективной или оптимальной. Такое положение вещей подразумевает, что 80% продукции, покупателей или работников приносят лишь 20% прибыли. Что огромные силы уходят впустую. Что наиболее мощные ресурсы компании сдерживаются большинством гораздо менее эффективных ресурсов. Что прибыли могут быть многократно увеличены, если вы будете продавать больше выгодной для вас продукции, наймете более выгодных работников и привлечете больше выгодных покупателей (или убедите их покупать больше). В такой ситуации закономерен вопрос: зачем продолжать выпуск 80% продукции, которая приносит лишь 20% прибыли? Компании редко задаются этим вопросом, возможно, потому что ответом будет немедленно начать радикальные перемены, а отказаться от четырех пятых того, что вы делаете, не так уж просто» [2].

Некоторые компании оказались способны к таким переменам. Одной из самых первых корпораций, взявших на вооружение «закон 80/20» и наиболее успешно использовавших его, была IBM. Поскольку 80% компьютерного времени тратится на обработку 20% команд программы, то компания немедленно переделала системное программное обеспечение так, чтобы наиболее используемые 20% были наиболее доступны и удобны для пользователя. Это сделало компьютеры IBM более эффективными и быстрыми, чем машины конкурирующих фирм. Разработчики персональных компьютеров и программного обеспечения нового поколения, например, таких, как «Эппл», «Лотус», «Майкрософт», применяли «закон 80/20» с ещё большей настойчивостью и, благодаря этому, сделали свои машины ещё более дешевыми, простыми и конкурентоспособными.

Приведем ещё несколько поразительных примеров из книги Ричарда Коха, показывающих проявление *закона Ципфа-Парето* в экономике:

- 20% ассортимента продукции (или 20% покупателей) приносят компании 80% прибыли;
- 20% товарных запасов занимают 80% склада;
- 20% объема работы отнимают 80% времени и ресурсов;
- 80% товарных запасов поставляются 20% поставщиков;
- 80% объема продаж обеспечивается 20% менеджеров по продажам;
- 20% персонала провоцируют 80% связанных с персоналом проблем;
- 20% персонала обеспечивают 80% вашего производства;
- 80% времени сотрудники предприятия тратят на то, чтобы произвести 20% продукции;
- 80% суммы счета за телефонные переговоры тратятся почти впустую, поскольку только 20% суммы счета идет на оплату передачи действительно необходимой информации.

Исследования, проведенные американским экономистом **У. Изардом**, показали наличие и других аналогий между физико-механическими и социально-экономическими закономерностями. Например, было установлено, что интенсивность (I) взаимодействия двух городов (регионов) в терминах грузооборота, пассажиропотока или других контактов хорошо описывается формулой

$$I = \alpha \frac{N_1 N_2}{R^\beta}, \quad (3)$$

где N_1, N_2 – численность населения городов; R – расстояние между ними; α, β – коэффициенты.

Совершенно очевидно сходство последнего выражения (3) с известным соотношением, описывающим закон всемирного тяготения:

$$F = \gamma \frac{M_1 M_2}{R^2}, \quad (4)$$

где F – сила притяжения; M_1, M_2 – массы взаимодействующих тел; R – расстояние между телами; γ – гравитационная постоянная.

Это сходство становится понятным, если учесть, что зависимость гравитационно-го потенциала материальной точки от расстояния описывается гиперболой. Это позволяет интерпретировать её также как гиперболическое ранговое распределение и вывести закон всемирного тяготения путем интегрирования этого распределения. Аналогично можно вывести и закон «взаимодействия» городов или регионов (4). Для этого надо ввести формальный аналог потенциала и проинтегрировать эту функцию.

Закон Ципфа – Парето применяется ныне в менеджменте для моделирования рыночных отношений, для описания динамики коллективного поведения на рынке, при моделировании других социологических ситуаций, где стоит задача отыскать взаимный баланс, учитывая различные интересы участников процесса.

В последние годы предпринимаются попытки связать закон Ципфа-Парето с новыми квантовыми технологиями. В статье [3] рассматривается квантовая модель человеческой психологии и дается объяснение механизма функционирования гиперболических распределений, подобных ципповскому, в экономике, политике, культуре и других сферах. Квантовая модель *коллективного бессознательного* позволяет с помощью привлечения представлений о *квантовой нелокальности*, *квантовой криптографии* и др. дать новое объяснение ряду спорных философских вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wentian Li. Random texts exhibit Zipf's law-like word frequency distribution. – Режим доступа: http://www.nslj-genetics.org/wli/pub/ieec92_pre.pdf.
2. Кох Р. Принцип 80/20 // Пер. с англ. Д.И. Капкан. – 2-е изд. – ООО «Попурри», 2004. – 352 с.
3. Данилевский И.В. Закон Ципфа-Парето, новые квантовые технологии и философия бессознательного // Квантовая Магия. – 2007. – Т. 4. – Вып. 1. – С. 1201–1209.

А.Н. ВЕРХОЗИН

МОЖНО ЛИ ПОСТРОИТЬ КВАНТОВЫЙ КОМПЬЮТЕР НА ОДНОЙ ЧАСТИЦЕ?

Рассматривается способ формирования и изменения квантового суперпозиционного состояния кубита-электрона с двумя базовыми состояниями спина и фотона с двумя состояниями поляризации.

В литературе квантовый компьютер определяют так: это «гипотетическое вычислительное устройство, использующее специфически квантовые эффекты и намного превосходящее по своим возможностям любую классическую вычислительную машину» [1]. Несколько лет назад проф. И.В. Волович (Математический институт им. В.А. Стеклова