А.Н. ВЕРХОЗИН

СИЛА КОРИОЛИСА В ОБЩЕМ КУРСЕ ФИЗИКИ

Обсуждается описание движения во вращающейся системе отсчета. Дан упрощенный вывод ускорения и силы Кориолиса. Статья адресована преподавателям и студентам, изучающим общий курс физики.

При изучении механики в общем курсе физики указывается, что первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета (ИСО), т. е. «хороших» систем, в которых единственной причиной ускорения (изменения скорости) является нескомпенсированное взаимодействие тела с другими телами. На неинерциальные системы отсчета (НСО), а особенно на вращающиеся НСО, времени остается мало. О силах инерции часто упоминают лишь вскользь в связи с их сходством с силами тяготения: те и другие пропорциональны массе тела. И если понятие центробежной силы инерции еще как-то рассматривается, то понятие другой силы инерции – *силы Кориолиса* – часто остается за гранью понимания. Встречающийся в учебной литературе вывод формулы ускорения и силы Кориолиса обычно заимствуется из курса теоретической механики и совершенно недоступен студентам первого курса. Часто конечная формула дается вообще без вывода [1]. В результате такой важный вопрос программы, как «Неинерциальные системы отсчета», остается нераскрытым. Непонятным для студентов остается отличие силы тяготения от силы тяжести, причина поворота плоскости колебаний маятника Фуко, отклонение от вертикали свободно падающего тела и ряд других важных вопросов. Цель настоящей заметки – восполнить этот пробел. Вывод силы Кориолиса дается для трех частных случаев. Обобщая результат этих не претендующих на строгость рассуждений, можно получить правильное выражение для силы Кориолиса в случае произвольного направления скорости тела во вращающейся системе отсчета.

Рассмотрим вращающуюся систему отсчета, связанную с диском, вращающимся с угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной диску и проходящей через его центр (рис. 1). Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной (т. е. пренебрегаем эффектом вращения Земли). Угловую скорость можно рассматривать как *аксиальный вектор*, направленный вдоль оси вращения по правилу буравчика. В случае, показанном на рис. 1, вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен «к нам».

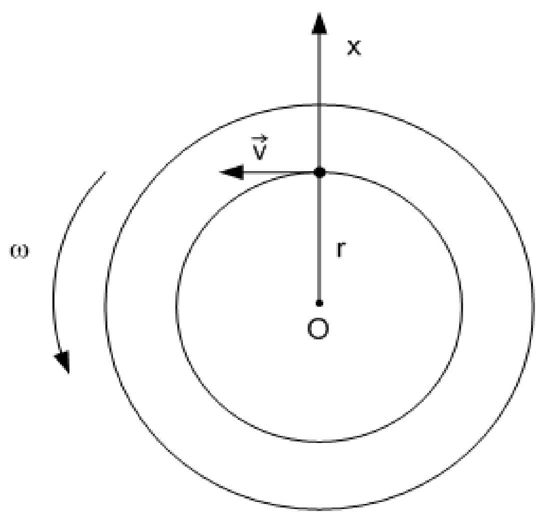

Рис. 1

1. Шарик массой m движется по окружности радиуса r со скоростью v′ относительно диска. Если скорость шарика относительно Земли за счет вращения диска (окружная скорость) равна **u**, то полная скорость относительно Земли равна (v + u), так как направления скоростей **v** и **u** совпадают (вектор **u** на рисунке не показан!). Значит, в инерциальной системе отсчета «Земля» центростремительное ускорение равно

$$a_{ц.с.} = (v + u)^2/r = v^2/r + 2\, v\, u/r + u^2/r = v^2/r + 2\, v\, \omega + u^2/r\,,$$

так как $u = \omega r$. В ИСО «Земля» по закону Ньютона $m\, a_{ц.с} = F$, где F – сумма всех «ньютоновских» сил, действующих на шарик. Или:

$$mv^2/r + 2\, mv\, \omega + mu^2/r = F.$$

Здесь нет никаких сил инерции.
В НСО «Вращающийся диск»:

$$mv^2/r = F - mu^2/r - 2\, mv\, \omega. \tag{1}$$

Вводим фиктивные силы инерции *центробежную* и *кориолисову*:

$$F_{ц.б.} = -mu^2/r; \tag{2}$$
$$F_{кор} = -2\, mv\, \omega. \tag{3}$$

Тогда (1) можно записать так:

$$mv^2/r = F + F_{ц.б.} + F_{кор}\,. \tag{4}$$

Значит, в НСО мы можем применять для описания движения шарика закон Ньютона, если наряду с «ньютоновскими» силами рассматривать силы инерции.

2. Шарик массой m движется без трения вдоль радиуса со скоростью v по направлению от центра диска (рис. 2).

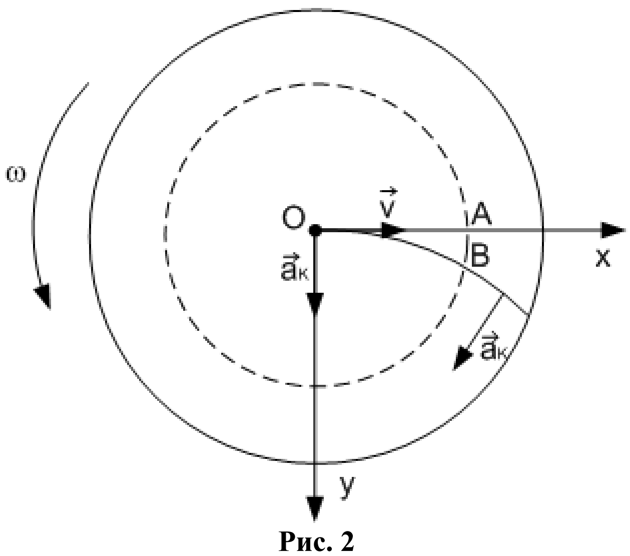

Рис. 2

Если диск неподвижен, то действующие на шарик сила тяжести и сила реакции опоры уравновешиваются, и шарик движется равномерно и прямолинейно (прямая OA). При вращении диска с угловой скоростью ω траектория шарика искривляется (кривая ОВ). Для наблюдателя, находящегося на диске, шарик ведет себя так, как если бы на него действовала сила перпендикулярная скорости. По отношению к наблюдателя, связанному с Землей, шарик по-прежнему движется прямолинейно.

Возьмем маленький промежуток времени Δt. Можно считать, что в течение этого промежутка времени на шарик действует постоянная сила Кориолиса, сообщающая ему постоянное ускорение.

Задача подобна задаче о движении тела, брошенного горизонтально. Дугу АВ при малом Δt можно считать отрезком прямой. Выберем оси координат так, как показано на рисунке. Кинематические уравнения движения шарика:

$$x = vt;$$
$$y = a_K t^2/2.$$

При $t = \Delta t$ $x = r$ $y = AB$. Поэтому можно записать:

$$r = v\,\Delta t;$$
$$AB = a_K \Delta t^2/2.$$

Отсюда $a_K = 2\ AB/\Delta t^2$. Но $AB = u\ \Delta t = \omega\ r\ \Delta t = \omega v\ \Delta t^2$. Значит, получим для ускорения Кориолиса $a_K = 2\ v\omega$, и, соответственно, сила Кориолиса $F_{кор} = -2\ mv\ \omega$.

3. Шарик движется параллельно оси вращения (на рис. не показано!). В этом случае скорость v за счет относительного движения не изменяется. Поэтому здесь $a_K = 0$.

Если тело движется в произвольном направлении, то скорость относительно вращающейся системы отсчета можно разложить на три составляющих, соответствующих трем случаям, рассмотренным выше: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$. Здесь $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ – составляющие вектора скорости по касательной и по радиусу окружности, а $\mathbf{v}_3$ – составляющая в направлении $\boldsymbol{\omega}$. В векторном виде:

$$\mathbf{F}_{кор} = 2\ m\ [\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}]. \quad (5)$$

Таким образом, вектор $\mathbf{F}_{кор}$ перпендикулярен векторам $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\omega}$. Следовательно, сила Кориолиса может менять только направление скорости, но не ее модуль. Сила Кориолиса может равняться нулю в двух случаях: 1) тело неподвижно относительно вращающейся системы отсчета ($\mathbf{v} = 0$); 2) скорость тела во вращающейся системе отсчета параллельна оси вращения (вектора $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\omega}$ параллельны).

Полученная формула (5) справедлива не только в случаях, рассмотренных выше, но и в том случае, когда тело движется по поверхности шара, в частности, по поверхности Земли. С помощью правила буравчика можно показать, что отклонение тела от траектории в северном полушарии всегда происходит вправо, а в южном полушарии влево. В этом можно убедиться, если учесть, что Земля вращается против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса. Значит, вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен вдоль оси вращения вверх.

Явления, в которых проявляются силы Кориолиса, описаны в учебной литературе [2]. Это:

– поворот плоскости колебаний маятника с длинным подвесом в системе координат «Земля» (маятник Фуко);

– правые берега рек в северном полушарии более подмыты и обрывисты, чем левые (в южном полушарии – наоборот);

– свободно падающее тело в северном полушарии слегка отклоняется к востоку (в южном полушарии – к западу);

– правый рельс железных дорог с односторонним движением в северном полушарии испытывает большее давление и снашивается больше, чем левый (в южном полушарии наоборот);

– отклонение (девиация) вправо от расчетной траектории снарядов дальнобойной артиллерии в северном и влево в южном полушарии (при стрельбе вдоль экватора сила Кориолиса поднимает снаряд вверх, если выстрел производится на восток, и прижимает его к Земле, если выстрел производится на запад).

В одном из форумов сети Интернет автор нашел удивительное объяснение трагедии русского флота в Цусимском проливе в 1905 году. Дело в том, что русские пушки пристреливались в Кронштадте (60° северной широты), а были применены в Цусиме (35° северной широты), где сила Кориолиса значительно меньше. Это привело к систематической ошибке при стрельбе из русских пушек. Японский флот пристреливал свои пушки там, где их применял, что привело к большей эффективности стрельбы и решило исход боя.

С учётом широты φ формулу (5) следует записать так:

$$\mathbf{F}_{кор} = 2\, m\, [\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}] \sin\varphi. \tag{6}$$

Легко показать, что широта φ – это угол между векторами **v** и **ω**. Например, расчет полета 6-ти дюймового снаряда с учетом сопротивления воздуха и силы Кориолиса на расстояние 40 кабельтовых (1 кб = 0,1 морской мили) показывает, что отклонение горизонтальной составляющей скорости от направления на цель составляет в Кронштадте 11,2 м, а в Цусиме 7,4 м. Разница в 3,8 м привела к систематической ошибке, присутствующей при каждом выстреле и накладывающейся на случайные погрешности от ветра, сорта пороха, сотрясения корабля при выстреле и пр. Японский флот имел те же случайные погрешности, но не имел систематической погрешности прицеливания, так как базировался в тех же широтах, где воевал.

Контрольные вопросы

1. В каких точках земного шара сила Кориолиса максимальна, а в каких равна нулю?
2. Перечислите явления, в которых проявляется сила Кориолиса, и дайте им качественное объяснение.
3. Совершает ли работу сила Кориолиса?
4. Что означает знак «минус» в выражениях (2) и (3)?
5. Может ли сила Кориолиса изменить модуль скорости?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс физики. – М.: Наука, 1989. – С. 125-130.
2. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: ГИФМЛ, 1963. – С. 376-387 (и более поздние издания).