

## МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРИОДА СТОЙКОСТИ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

Разработана математическая модель, позволяющая определить оптимальное время между правками шлифовального круга, при котором суммарный период стойкости инструмента будет максимальным. В качестве критерия износа предлагается использовать комплексный параметр, определяемый линейным износом абразивных зёрен гиперболоидной формы и величиной волнистости на поверхности круга. Это позволило применить метод Зорева Н.Н. к случаям, когда катастрофического износа зёрен по задней поверхности не наблюдается.

Шлифование на сегодняшний день является одним из самых распространенных видов механической обработки резанием. В общем машиностроении 10...12% станков являются шлифовальными, а в некоторых отраслях – до 50...60%.

Экономия режущего инструмента может рассматриваться как путь снижения себестоимости изготовления изделия. Частая правка круга приводит к необоснованному расходу абразивного материала и в конечном итоге сказывается на суммарной стойкости инструмента. Если же время работы инструмента после последней правки превысит период его оптимальной стойкости, то это может привести к ускоренному износу круга, появлению волнистости на его поверхности, к снижению режущей способности и точности обработки. С одной стороны необходимо чаще править круг с целью сохранения его эксплуатационных свойств, а с другой наоборот, – стремиться к сокращению числа правок с целью экономии инструментальных материалов (абразивов и правящего инструмента).

Известно, что износ шлифовального круга происходит неравномерно. Для кругов не склонных к самозатачиванию это проявляется в возникновении и увеличении площадок износа на вершинах абразивных зёрен [3]. Но со временем рост таких площадок существенно замедляется. Этот факт делает невозможным применение критерия оптимального износа (метод Зорева Н.Н.) [1] к абразивным инструментам, так как в данном случае периода катастрофического износа зёрен не наблюдается.

Как выход из ситуации, – использование в качестве критерия стойкости *комплексного параметра*:

$$\delta = f(h_1 + h_2), \quad (1)$$

где  $h_1 = f(\delta_1)$  – линейный (в направлении радиуса круга) износ зёрен как функция величины  $\delta_1$  площадок износа зёрен;  $h_2$  – максимальная высота волн на поверхности шлифовального круга.

В этом случае применение критерия оптимального износа может быть вполне правомерным, так как имеются экспериментально подтвержденные факты прогрессирующего роста волн на поверхности круга в процессе его работы [4].

Задача оптимизации суммарного периода стойкости будет заключаться в определении оптимального значения параметра  $\delta_{i\dot{\delta}}$  и соответствующего ему периода стойкости  $T_{i\dot{\delta}}$ , при котором суммарный период стойкости достигает максимального значения (рис. 1). Математическая модель оптимизации стойкости будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \max T_{\Sigma}(T) \\ T > 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где  $T_{\Sigma}$  – суммарный период стойкости;  $T$  – стойкость шлифовального круга (время между правками).

Суммарный период стойкости зависит от времени между правками:

$$T_{\Sigma} = i \cdot T, \quad (3)$$

где  $i$  – количество правок.

В первом приближении абразивное зерно может быть представлено в форме двуполостного гиперболоида. Тогда математически контур абразивного зерна описывается следующим выражением:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1. \quad (4)$$

Если принять угол при вершине  $\varepsilon$  абразивного зерна равным углу между асимптотами гиперболы, а радиус вершины зерна  $\rho$  – радиусу кривизны вершины гиперболы, то значения мнимых полуосей будут определяться по следующим формулам:

$$b = \rho \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{\varepsilon}{2}, \quad (5)$$

$$a = \rho \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon}{2}. \quad (6)$$

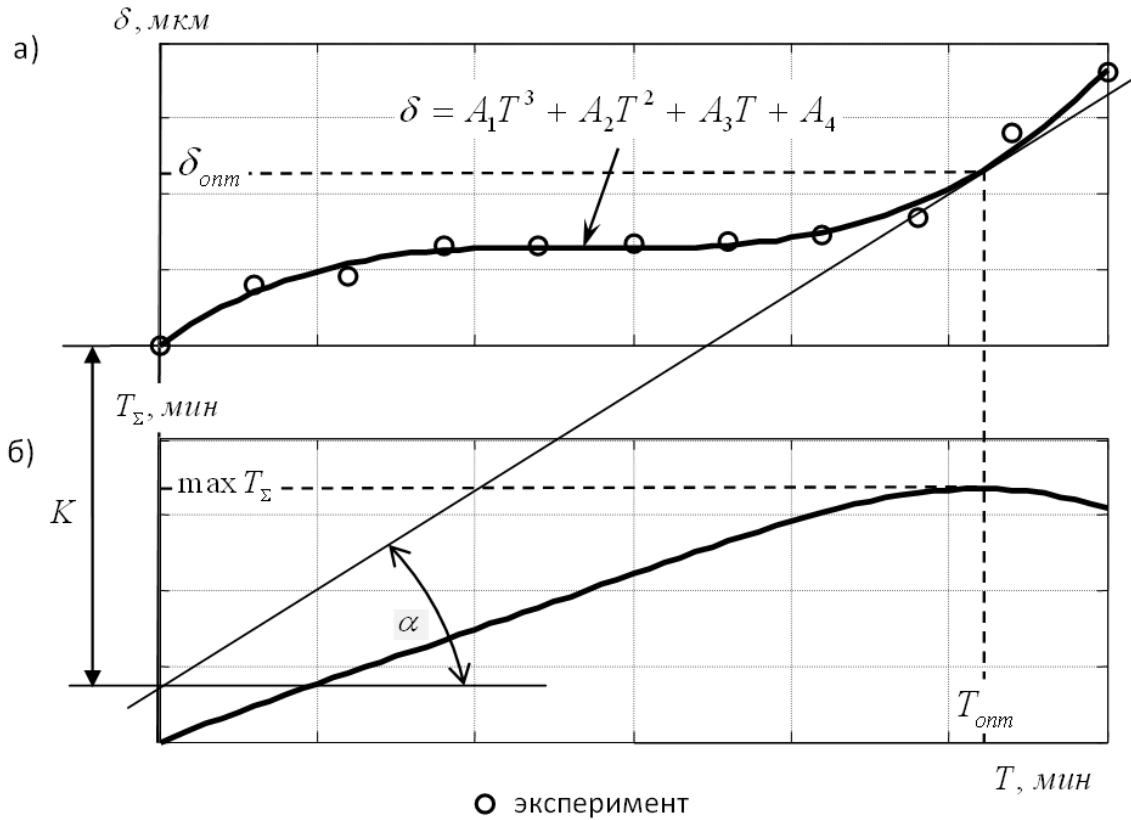


Рис. 1. а) зависимость параметра износа от времени работы круга; б) зависимость суммарного периода стойкости круга от времени между правками

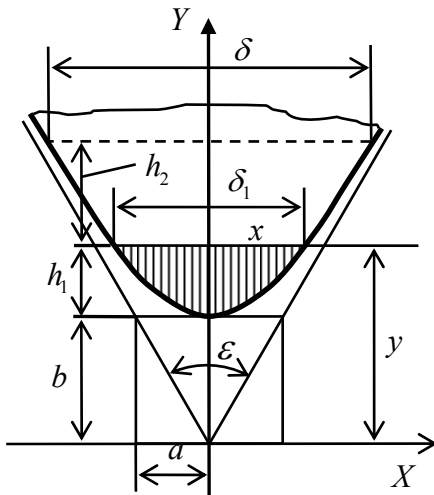


Рис. 2. Модель износа абразивного зерна гиперболоидной формы

В результате работы шлифовального круга на абразивных зернах появляются площадки износа, размером  $\delta$  (рис. 2). Величина линейного износа в направлении радиуса круга:

$$h_1 = y - b, \quad (7)$$

а диаметр площадки износа:

$$\delta_1 = 2x. \quad (8)$$

Выразив значения  $x$  и  $y$  из (7) и (8), и подставив их в формулу (4), получим:

$$\frac{(h_1 + b)^2}{b^2} - \left(\frac{\delta_1}{2a}\right)^2 = 1. \quad (9)$$

Величину линейного износа зерна необходимо выразить через размер площадки:

$$h_1 = \frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta_1^2} - b. \quad (10)$$

Для восстановления правильной геометрической формы круга и его режущей способности, при правке необходимо снять слой размером  $h_{i\delta}$  (рис. 3):

$$h_{i\delta} = h_1 + h_2 + \Delta h \quad (11)$$

Величина  $h_1$  (принята равной величине линейного износа зерна) определяется геометрией вершин «активных» режущих кромок, т.е. принимающих участие в работе шлифования и поэтому имеющих площадки износа; величина  $h_2$  определяется максимальной высотой волн на круге; величина  $\Delta h$  зависит от балансировки круга и зазоров в подшипниках шпинделя шлифовальной бабки [4] и включает допуск на правку.

Далее, используя данные, полученные из выражения (9) и величину волнистости круга, необходимо определить приведенную линейную величину износа круга:

$$h = h_1 + h_2. \quad (12)$$

В этом случае приведенная величина площадки износа определится по формуле:

$$\delta = 2a \sqrt{\frac{(h+b)^2}{b^2} - 1}. \quad (13)$$

По этим данным строится график функции  $\delta = f(T)$ , где  $T$  – время работы круга.

Размер слоя инструментального материала, который может быть изношен в результате работы круга, а также удален в процессе правки зависит от исходного диаметра  $D_1$  и конечного (минимального) диаметра  $D_2$  круга, при котором его дальнейшее использование уже невозможно:

$$H = \frac{D_1 - D_2}{2}. \quad (14)$$

Тогда количество правок можно определить следующим образом:

$$i = \frac{H}{h + \Delta h}. \quad (15)$$

В этом случае суммарный период стойкости выразится формулой:

$$T_{\Sigma}(T) = \left( \frac{H}{h + \Delta h} \right) T = \left( \frac{H}{\frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta^2} - b + \Delta h} \right) T. \quad (16)$$

Поскольку стойкость инструмента зависит от величины площадки износа и волнистости круга, то также можем записать:

$$T_{\Sigma}(\delta) = \left( \frac{H}{h + \Delta h} \right) T(\delta) = \left( \frac{H}{\frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta(T)^2} - b + \Delta h} \right) T(\delta). \quad (17)$$

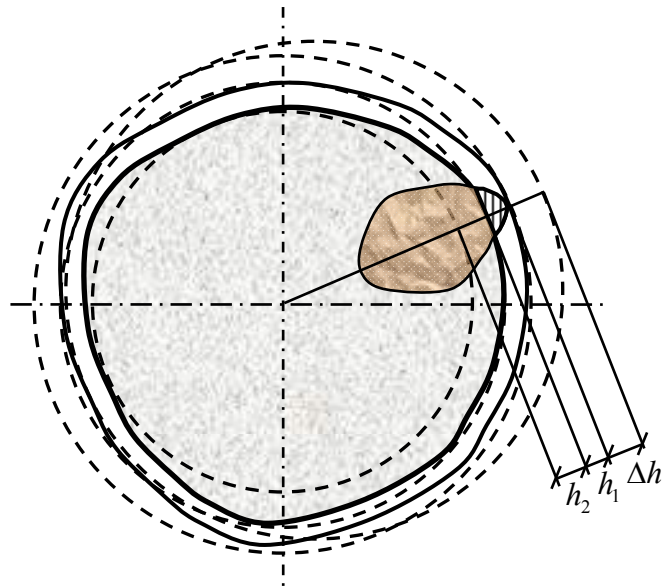


Рис. 3. Определение глубины правки

Для выполнения условий экстремума функции (2) необходимо и достаточно определить корни уравнения:

$$\frac{\partial T_{\Sigma}(\delta)}{\partial \delta} = 0. \quad (18)$$

Так как период стойкости – функция износа  $T(\delta)$ , то производная будет определяться следующим образом:

$$\frac{\partial T_{\Sigma}(\delta)}{\partial \delta} = H \frac{\frac{\partial T(\delta)}{\partial \delta} \left( \frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta(T)^2} - b + \Delta h \right) - \frac{\delta b T}{2a \sqrt{4a^2 + \delta^2}}}{\left( \frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta^2} - b + \Delta h \right)^2} = 0. \quad (19)$$

Равенство (19) выполняется при условии:

$$\frac{\partial T}{\partial \delta} \left( \frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta^2} - b + \Delta h \right) - \frac{\delta b T}{2a \sqrt{4a^2 + \delta^2}} = 0. \quad (20)$$

Преобразуем выражение (20):

$$\frac{\partial T}{\partial \delta} = \frac{\frac{\delta b T}{2a \sqrt{4a^2 + \delta^2}}}{\frac{b}{2a} \sqrt{4a^2 + \delta^2} - b + \Delta h} = \frac{\delta T}{\sqrt{4a^2 + \delta^2} \left( \sqrt{4a^2 + \delta^2} + \frac{2a}{b} (\Delta h - b) \right)}, \quad (21)$$

или:

$$\frac{\partial \delta}{\partial T} = \frac{4a^2 + \delta^2 + \frac{2a}{b} (\Delta h - b) \sqrt{4a^2 + \delta^2}}{\delta T}. \quad (22)$$

Исходя из геометрического смысла производной, можно утверждать, что решению задачи оптимизации стойкости шлифовального круга (нахождения оптимального значения  $T_{i\delta}$  – времени между правками) будет соответствовать точка на кривой износа  $\delta = f(T)$ , в которой тангенс угла наклона касательной к графику функции (рис. 1, а) равен:

$$tg \alpha = \frac{\frac{4a^2}{\delta} + \delta + \frac{2a}{\delta b} (\Delta h - b) \sqrt{4a^2 + \delta^2}}{T}. \quad (23)$$

Точка пересечения касательной с осью ординат (рис. 1, а) будет находиться от оси абсцисс на расстоянии:

$$K = \frac{4a^2}{\delta} + \frac{2a}{\delta b} (\Delta h - b) \sqrt{4a^2 + \delta^2} = \frac{2a}{\delta} \left( 2a + \frac{\Delta h - b}{b} \sqrt{4a^2 + \delta^2} \right). \quad (24)$$

Зависимость  $\delta(T)$  (рис. 1, а), необходимая для решения уравнения (22), может быть получена в результате проведения экспериментальных исследований применительно к конкретным условиям обработки и описана полиномом третьей степени вида:

$$\delta(T) = A_1 T^3 + A_2 T^2 + A_3 T + A_4. \quad (25)$$

Так как  $\delta$  зависит от  $T$ , то решение уравнение (22) графическим способом в данном случае не представляется возможным. Нахождение корня  $T$  уравнения без применения вычислительной техники также является затруднительным, поскольку речь идет об уравнении 12-ой степени.

В среде MATLAB решение таких нелинейных уравнений можно осуществить при помощи специальных функций, например функции *fsolve*, которая предназначена для решения нелинейного уравнения вида  $F(x) = 0$ . Алгоритм ее работы использует начальное значение  $x_0$  и базируется на минимизации суммы квадратов компонент функции  $F$  методами Гаусса-Ньютона и Левенберга-Маркварда [2].

Полный текст программы, написанной в среде MATLAB, с необходимыми комментариями, позволяющей найти решение уравнения (22) относительно параметра  $T$  приводится ниже. Для расчета требуются геометрические параметра зёрен, которые принимаются усредненными для данного вида абразивного материала (на основе результатов измерений или по данным литературных источников).

ТЕКСТ ПРОГРАММЫ	КОММЕНТАРИИ
<pre>function optimization global A a b dh  w=110;w=w*pi/180; ro=25; dh=20; T=0:6:60;  delta=[0 8 9 11 12 13 14 15 16 28 36];  b=ro*cot(w/2)^2; a=ro*cot(w/2); A=polyfit(T,delta,3); syms x Topt=fsolve(@fun,1); disp('Период стойкости:'); disp(Topt)  function y=fun(x) global A a b dh y=(4*a^2/d(x)+d(x)+2*a*(dh-b) * ... sqrt(4*a^2+d(x)^2)./(b*d(x)))/x-f(x);  function y=d(x) global A y=polyval(A,x);  function z=f(x) global A z=3*A(1)*x.^2+2*A(2)*x+A(3);</pre>	<p><b>Основная функция</b> Глобальные переменные <b>ВВОД ДАННЫХ</b> Средний угол при вершине (<math>^{\circ}</math>); перевод в рад. Средний радиус вершины (мкм) Допуск на правку (мкм) Промежуточное время контроля и период работы круга в условиях испытаний (мин) Критерий износа (мкм) – результаты опытов</p> <p><b>РАСЧЁТЫ</b> Мнимые полуоси гиперболы Коэффициенты полинома 3-ей степени Объявление символьной переменной <b>Решение уравнения</b> (начальное <math>x_0=1</math>) Вывод результатов расчетов на экран</p> <p><b>Подфункция 1</b> Глобальные переменные Формирование исходного уравнения (22)</p> <p><b>Подфункция 2</b> Глобальная переменная Формирование полинома вида (25)</p> <p><b>Подфункция 3</b> Глобальная переменная Производная полинома</p>

Результат расчёта программы – вывод на экран оптимального времени работы шлифовального круга (в минутах) до правки, обеспечивающего максимальное значение суммарного периода стойкости инструмента. Однако не следует забывать, что главными показателями, которые определяют время правки шлифовального круга, являются выходные параметры (точность и качество обработки, в т.ч. отсутствие прижогов, минимальные остаточные напряжения), производительность процесса и пр. Поэтому данная модель может быть уточнена и дополнена с учётом дополнительно проведенных исследований.

#### ВЫВОДЫ:

1. Разработанная математическая модель оптимальной стойкости шлифовального круга позволяет определить время между правками, обеспечивающее максимальную экономию абразивного материала.
2. Для получения зависимости (25) предварительно необходимо провести экспериментальные исследования, применительно к конкретным условиям обработки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. – М. : Машиностроение, 1975. – 334 с.
2. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. MATLAB 6.x: программирование численных методов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 672 с.
3. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М. : Машиностроение, 1974. – 280 с.
4. Филимонов Л.Н. Стойкость шлифовальных кругов. – Л. : Машиностроение, 1973. – 136 с.