

$$i_2(t) = -\frac{kE}{\omega_2 L_2} e^{\frac{\omega_2(t-t_2)}{\sqrt{4Q_2^2-1}}} \sin[\omega_2(t-t_2)] \quad (2)$$

где $i_1(t)$, $i_2(t)$ – зарядный и разрядный токи конденсатора 5(6); U_{c0} – начальное напряжение на конденсаторе в квазиустановившемся режиме работы инвертора на этапе заряда

$$U_{c0} = E \frac{1 + e^{-\pi/\sqrt{4Q_1^2-1}}}{e^{2\pi/\sqrt{4Q_2^2-1}} + e^{-\pi/\sqrt{4Q_1^2-1}}}; \quad (3)$$

ω_1, ω_2 – собственные угловые частоты зарядного и разрядного контуров;

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{4Q_1^2-1}{4Q_1^2 L_1 C}}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{4Q_2^2-1}{4Q_2^2 L_2 C}}; \quad (4)$$

$Q = \rho_1 / r_1$; $Q = \rho_2 / R_n$ – добротности зарядного и разрядного контуров; $\rho_1 = \sqrt{L_1 / C}$, $\rho_2 = \sqrt{L_2 / C}$ – волновые сопротивления зарядного и разрядного контуров; r_1 – активное сопротивление, учитывающее потери в зарядном контуре; k – коэффициент кратности напряжения U_{cm} на конденсаторе, показывающий во сколько раз оно превышает напряжения источника питания,

$$k = \frac{U_{cm}}{E} = \frac{1 + e^{-\pi/\sqrt{4Q_1^2-1}}}{1 + e^{-\pi[1/\sqrt{4Q_1^2-1} + 2/\sqrt{4Q_2^2-1}]}]; \quad (5)$$

t – текущее время, отсчитываемое от момента включения тиристора 7 (8); t_1 – время, соответствующее моменту включения тиристора 9 (10).

Величина напряжения, до которого заряжаются конденсаторы, определяется добротностями зарядных и разрядных контуров, и в общем случае может составлять от U_{dcp} до $2U_{dcp}$ (U_{dcp} – выходное напряжение управляемого выпрямителя 1), рис.2б,в. Это дает возможность при определенной мощности применять выпрямитель с меньшим выходным напряжением, т.е. уменьшить его установленную мощность.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. № 1385210 СССР. Инвертор/ А.И.Маркевич, А.А.Иванов, В.А.Иванов.// Открытия. Изобретения. 1988. №12.
А.И. Маркевич, А.А. Иванов. Анализ резонансного инвертора с промежуточными емкостными накопителями. // Электротехника, 1989. №12.

А.В. ИЛЬИН, И.В. ПЛОХОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТЯГИВАНИЯ

Сопротивление стягивания

При контакте двух шероховатых тел общая поверхность соприкосновения распадается на множество отдельных пятен. В связи с этим при прохождении потока энергии через такую поверхность преодолевается дополнительное сопротивление, вносимое нарушением однородности линий потока, называемое сопротивлением стягивания.

Для вычисления сопротивления стягивания Хольмом [1] было предложено учитывать две компоненты, соответствующие стягиванию к группе пятен и стягиванию в пределах данной группы. Для тел с одинаковым удельным сопротивлением ρ , содержащих одну группу круглых, равномерно распределенных пятен получено выражение

$$R_C = R_1 + R_2 = \rho \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n \cdot a} + \frac{1}{2 \cdot a_k} \right), \quad (1)$$

где n – общее число пятен контакта, a – радиус пятна, a_k – радиус круга, внутри которого размещаются пятна контакта, R_1 и R_2 компоненты сопротивления, соответствующие стягиванию к пятнам и их группам.

Гринвудом [2] был уточнен второй член выражения

$$R_C = R_1 + R_2 = \rho \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n \cdot a} + \frac{16}{3 \cdot \pi^2 \cdot a_k} \right), \quad (2)$$

и показано, что его величина практически одинакова для любого расположения контактных пятен в группе. Позднее формула Гринвуда была расширена членами, которые учитывали асимметрию распределения групп пятен (кластеров) друг на друга, а также асимметрию распределения групп на номинальной площади.

Построение вычислительной модели

Для построения вычислительной модели сопротивления стягивания решено использовать метод конечных элементов. Контактную деталь удобно представить в виде трехмерной решетки, узлы которой связаны друг с другом чисто активными сопротивлениями некоторой величины R (Рис. 7, а). Размерность модели определяется количеством узлов решетки X , Y и Z по каждому измерению. В точках контакта узлы решетки связаны с внешней средой через сопротивление $\frac{R}{2}$ (Рис. 7, б). В точках отсутствия контакта связь с внешней средой отсутствует (Рис. 7, в).

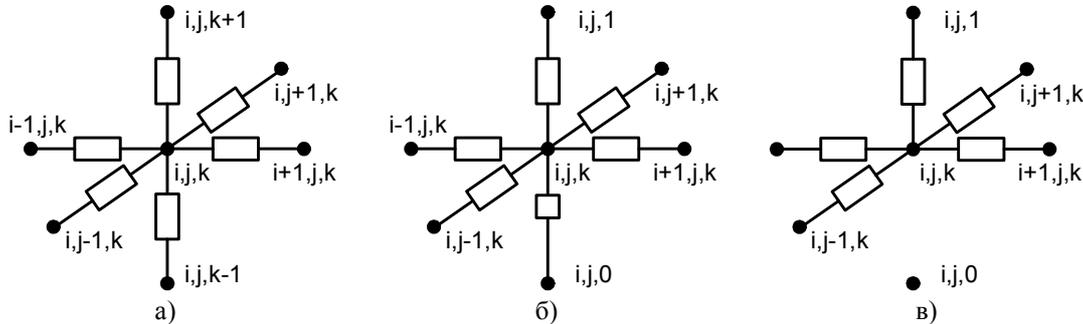


Рис. 7. Узлы решетки вычислительной модели.

По законам Кирхгофа сумму потенциалов для каждого узла решетки можно определить выражением

$$\varphi_{i-1,j,k} + \varphi_{i+1,j,k} + \varphi_{i,j-1,k} + \varphi_{i,j+1,k} + \varphi_{i,j,k-1} + \varphi_{i,j,k+1} - 6 \cdot \varphi_{i,j,k} = 0, \quad (3)$$

где $\varphi_{i,j,k}$ – потенциал узла с координатами i , j , k .

Для краевых узлов решетки в точках отсутствия контакта соответствующие потенциалы будут отсутствовать, а в точках наличия контакта сумма потенциалов будет равна удвоенному потенциалу внешней среды.

Записав данные уравнения для всех узлов решетки, получим систему линейных уравнений размерности $X \times Y \times Z$. Систему уравнений можно представить в матричной форме

$$A \times \Phi = B, \quad (4)$$

где A – матрица коэффициентов размерности $X \times Y \times Z$ на $X \times Y \times Z$, Φ – вектор потенциалов размерности $X \times Y \times Z$, B – вектор свободных членов размерности $X \times Y \times Z$.

На Рис. 8 представлен алгоритм заполнения матрицы A и вектора B . При построении алгоритма принято Φ_0 – вектор потенциалов контактного слоя, Φ_Z – вектор потенциалов

внешнего слоя, где $\varphi_i = \begin{cases} \geq 0, \text{ есть контакт} \\ < 0, \text{ нет контакта} \end{cases}$.

Решение системы уравнений дает значения потенциалов для всех узлов решетки модели контактирующей детали.

Зная потенциалы всех узлов можно вычислить токи, протекающие через каждый узел

$$i_{i,j,k} = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \left(\begin{aligned} & \left(\left| \varphi_{i-1,j,k} - \varphi_{i,j,k} \right| + \left| \varphi_{i+1,j,k} - \varphi_{i,j,k} \right| + \left| \varphi_{i,j-1,k} - \varphi_{i,j,k} \right| + \left| \varphi_{i,j+1,k} - \varphi_{i,j,k} \right| + \right. \\ & \left. + \left| \varphi_{i,j,k-1} - \varphi_{i,j,k} \right| + \left| \varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k} \right| \right), \end{aligned} \quad (5)$$

В силу непрерывности тока вычислить протекающий через контакт ток можно по любому из слоев

$$I = \sum_{j=1}^Y \sum_{i=1}^X \frac{\varphi_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k-1}}{R}, \quad (6)$$

для $\forall k \in [2 \dots Z]$.

Используя закон Ома, вычисляем значение сопротивления между любым слоем модели и контактным слоем

$$R_M = \frac{\varphi_{i,j,k} - \varphi_{i,j,0}}{I}, \quad (7)$$

где i, j – координаты некоторой точки, заданной для вычисления сопротивления, $k = 1 \dots Z + 1$ – номер слоя, $\varphi_{i,j,0}$ – потенциал соответствующей точки контактного слоя, $\varphi_{i,j,Z+1}$ – потенциал точки внешнего слоя.

Чтобы получить сопротивление стягивания, нужно из полного сопротивления вычесть активное сопротивление материала контактной детали

$$R_C = R_M - R_A. \quad (8)$$

Сопротивление материала для любого слоя k можно вычислить при помощи выражения

$$R_A = R \cdot \frac{(k - 0.5) \cdot \left| \varphi_{i,j,Z+1} - \varphi_{i,j,0} \right|}{X \cdot Y}. \quad (9)$$

Для приведения параметров вычислительной модели к реальному объекту необходимо выразить зависимость сопротивления R модели через ρ (удельное электрическое сопротивление) и линейные размеры узла решетки, либо производить вычисления в относительных единицах, приняв $R = 1$, а результаты экспериментов моделирования приводить к реальным значениям при помощи некоторого коэффициента, полученного эмпирическим путем.

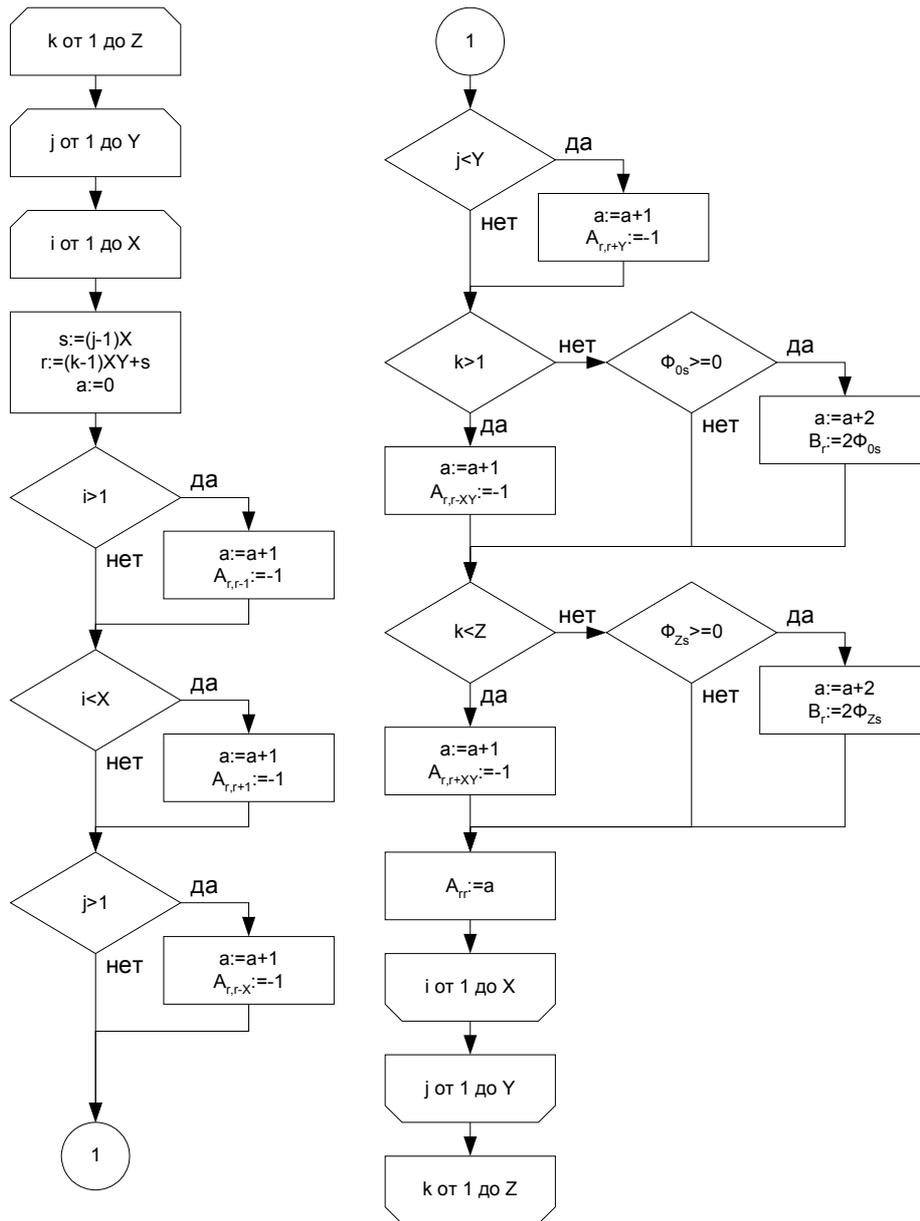


Рис. 8. Алгоритм построения матрицы A и вектора B .

Реализация вычислительной модели

Как видно из построения вычислительной модели основная проблема при ее реализации – это размерность системы линейных уравнений и в частности матрицы A . Уже при размерах модели $10 \times 10 \times 10$ мы получаем матрицу размерностью 1000×1000 . При использовании чисел удвоенной точности такая матрица будет занимать в памяти компьютера ~8 Мбайт. В тоже время матрица A , в зависимости от конфигурации контакта, заполнена приблизительно на 5%, остальные элементы являются нулевыми. Такие матрицы называются *разреженными* и для их обработки можно использовать специальные операции, позволяющие сократить объем занимаемой памяти и увеличить скорость вычислений. Широкий набор функций работы с разреженными матрицами заложен в системе инженерных и научных расчетов MATLAB [5].

Для организации удобного ввода исходных данных была создана специальная программа при помощи среды разработки приложений Delphi (

Рис. 9). На эту программу возлагаются следующие функции:

- задания параметров моделирования (размер модели по каждому измерению);
- задание конфигурации контактного слоя;
- построение матрицы A и вектора B ;
- запуск системы инженерных расчетов MATLAB и передача в нее исходных данных;

- запуск сценариев MATLAB для выполнения необходимых расчетов и вывода результатов в виде графиков;
- сохранение созданной модели и результатов моделирования для повторного использования.

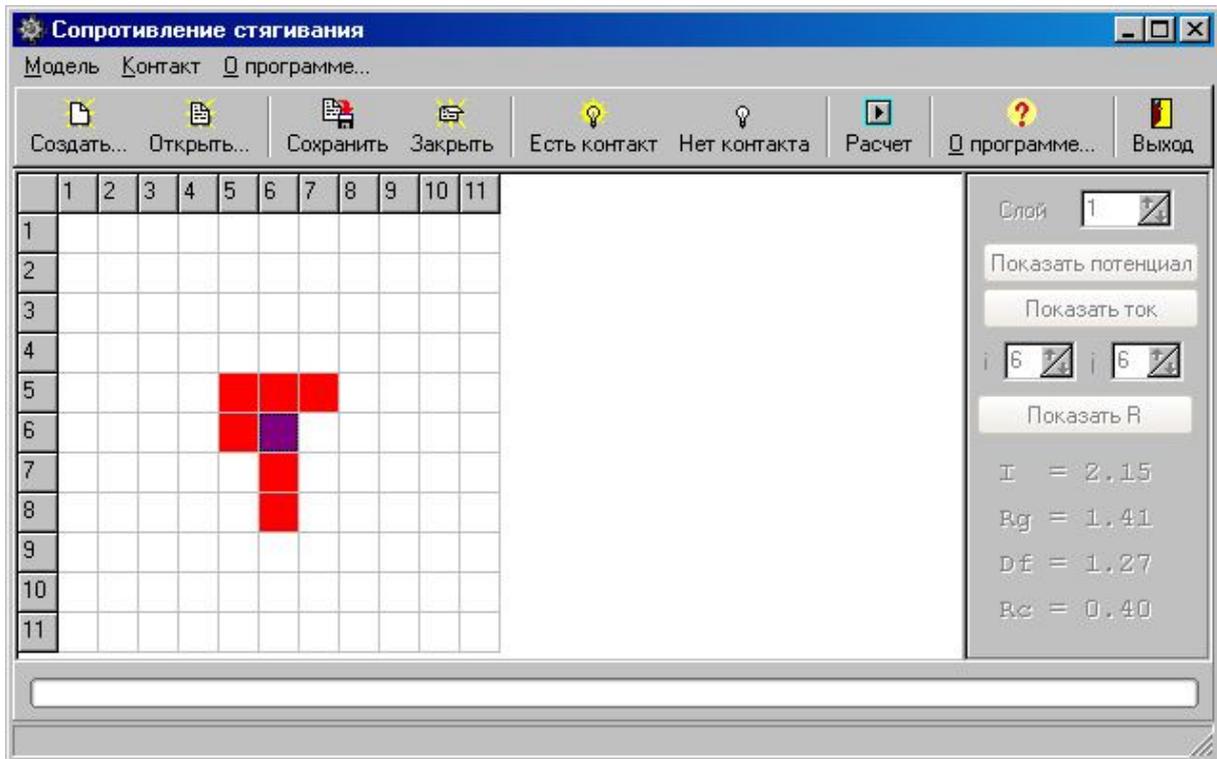


Рис. 9. Внешний вид главного окна программы.

Расчет модели размерностью $20 \times 20 \times 20$ на компьютере с процессором AMD Duron 700 МГц занимает в пределах одной минуты.

Результаты моделирования

Результаты моделирования выводятся в графическом виде при помощи стандартных средств системы MATLAB. В текущей версии программы возможен анализ следующих данных:

- распределение потенциала по узлам любого слоя модели (Рис. 10);
- распределение токов, протекающих через узлы любого слоя модели (Рис. 11);
- зависимости расчетных сопротивлений по слоям и сопротивления стягивания, рассчитанные по теоретическим формулам (1-2), для сравнения (Рис. 12).

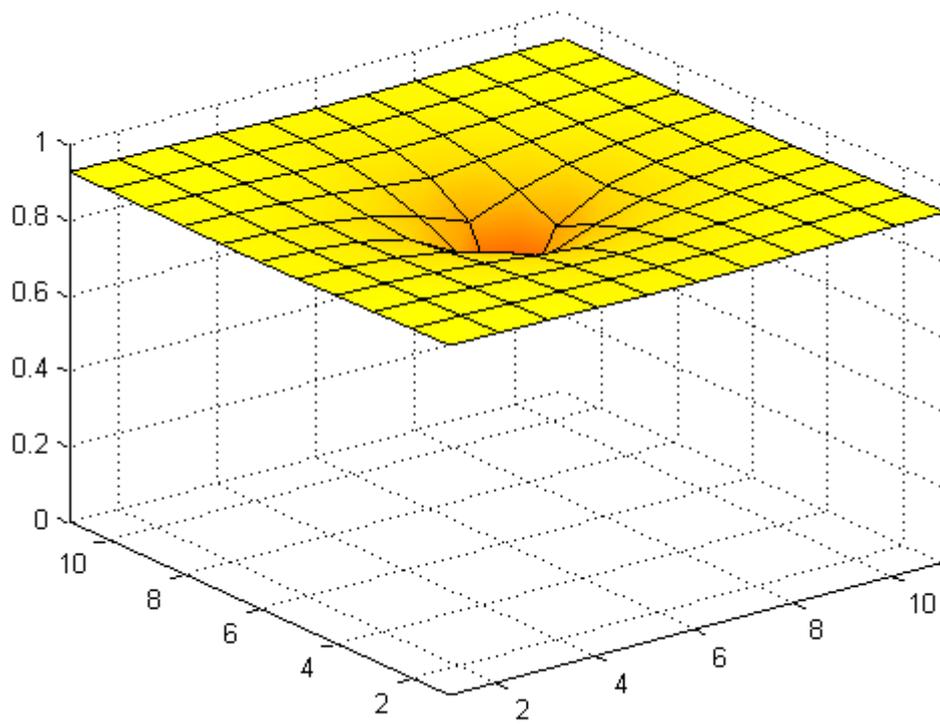


Рис. 10. Распределение потенциала.

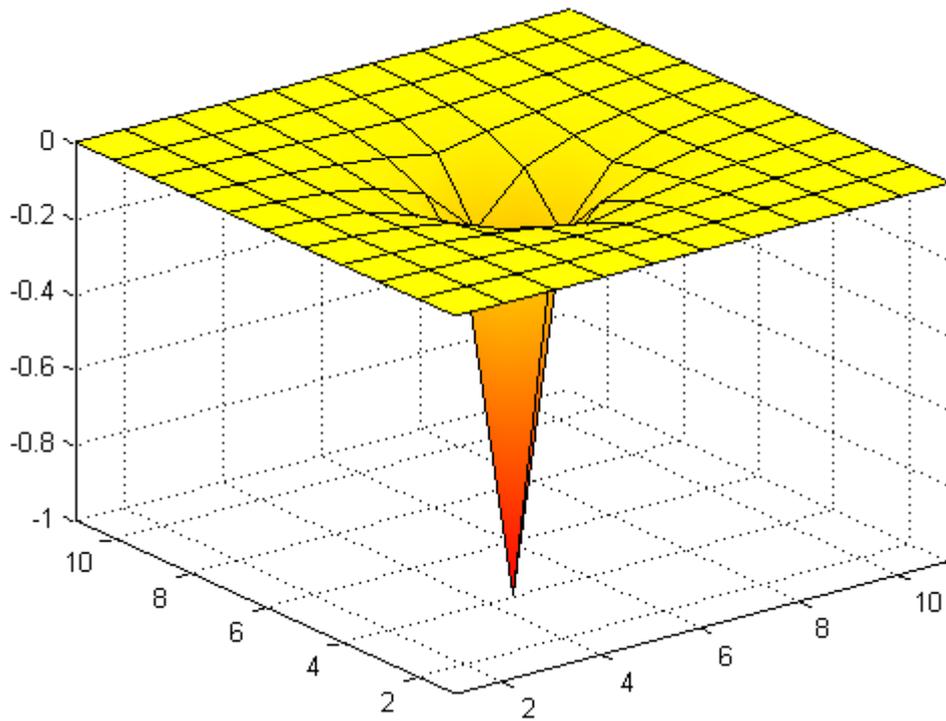


Рис. 11. Распределение токов через узлы.

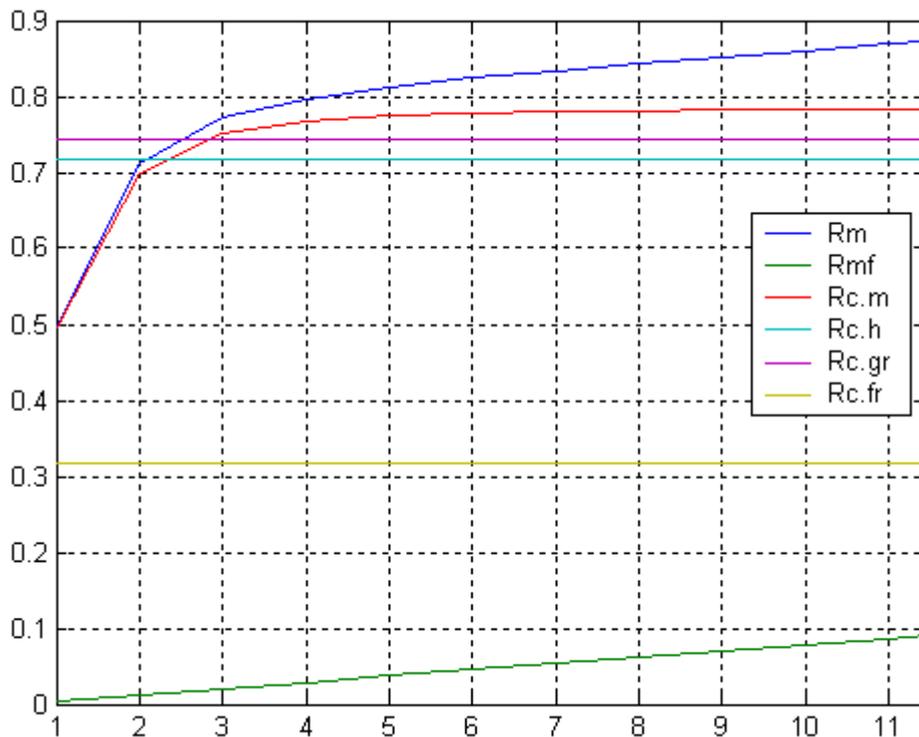


Рис. 12. Графики сопротивлений.

На графиках сопротивлений (Рис. 12) приняты следующие обозначения:

- Rm – сопротивление модели по слоям,
- Rmf – сопротивление материала по слоям,
- Rc.m – сопротивление стягивания по модели,
- Rc.h – сопротивление стягивания по Хольму,
- Rc.gr – сопротивление стягивания по Гринвуду.

Заключение

Как видно из графиков, полученных для одной точки контактирования, значения теоретических и расчетного сопротивлений стягивания незначительно отличаются друг от друга, что свидетельствует о достаточной адекватности построенной модели. В дальнейшем планируется провести серию вычислительных экспериментов с различными параметрами модели и конфигурациями контактов с целью дальнейшего совершенствования модели. Так же необходимо создание экспериментальной установки для практического подтверждения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хольм Р. Электрические контакты. М.: Иностранная литература. 1961.
2. Greenwood J. A. Constriction resistance and the real area of contact. – British Journal of appl. Physics. 1966. V.17.P.1621-1631.
3. Потемкин В. Г. Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.x: – В 2-х томах – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1999 – 366 с.