

Внедрение нанотехнологий в любую отрасль производства требует знаний в области физической химии, химии плазмы, химии твёрдого тела, фотохимии.

Именно химия, зачастую в соединении с вакуумной техникой и техникой получения и управления плазмой, сканирующей микроскопией, определяют качественный уровень нанотехнологии.

Можно сказать, что техническая цивилизация XXI будет иметь в своей основе энергетику, машиностроение, химию и информатику.

В этой связи встаёт вопрос о подготовке специалистов, способных соответствовать требованиям перемен, наступающих в технологии машиностроения.

В государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования второго поколения изучению химии отводится 68 аудиторных часов. В политех же поступают вовсе не любители и знатоки химии, поэтому, указанного количества аудиторных часов хватает только на то, чтобы дать элементарные знания по предмету. Школа сегодня этих знаний не даёт, во многих сельских школах химию вообще не преподают.

Для ознакомления с основами нанотехнологии необходимо изучение техники получения вакуума, плазмы, электронной микроскопии, химии твёрдого тела, фотохимии и др.

Подготовка такого специалиста требует определённого материально-технического обеспечения.

Разрабатывая показатели материально-технического обеспечения учебного процесса, необходимо, в первую очередь, сформулировать модель специалиста в области технологии машиностроения XXI века.

Только после этого можно ответить на главный вопрос: как должен быть обеспечен учебный процесс подготовки специалиста и какими показателями он должен обладать, какие дисциплины изучать.

*И.А. СТРОЧКОВ*

## ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ОБТЕКАНИЕ ТОРА (ТОРОИДА) ПОТОКОМ НЕСЖИМАЕМОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ (НИЖ)

Получено интегральное представление решения задачи для случаев симметричного и несимметричного обтекания.

В усеченно-конической (УК) системе координат (рис. 1)

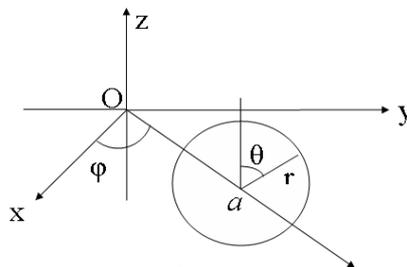


рис. 1

$$x = R \cos \varphi; \quad y = R \sin \varphi; \quad z = r \cos \theta; \quad R = a + r \sin \theta \quad (1)$$

координатными поверхностями  $r = \text{Const}$  являются торы, образованные вращением окружности радиуса  $r = r_0$  с центром в точке  $C(a \cos \varphi, a \sin \varphi, 0)$ , ( $r_0 < a$ ) вокруг оси  $Oz$ . Коэффициенты Лямэ в (УК) равны  $H_r = 1$ ;  $H_\theta = r$ ;  $H_\varphi = R$ .

Уравнение Лапласа имеет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \left( \frac{1}{r} + \frac{\sin \theta}{R} \right) \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{rR} \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $U$  – скалярный потенциал вектора скорости  $\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}U$ .

Перепишем (2) в переменных  $(r, R, \varphi)$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + 2 \frac{R-a}{r} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{2R-a}{rR} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} = 0. \quad (3)$$

1. Рассмотрим осесимметричное решение ( $\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$ ;  $U = U(r, R)$ ) в виде

$$U = \frac{1}{r} Y(x); \quad x = 1 + 8 \frac{aR}{r^2}. \quad (4)$$

Для  $Y(x)$  получаем уравнение Лежандра

$$(x^2 - 1)y'' + 2xy' + \frac{1}{4}y = 0, \quad (5)$$

решением которого являются присоединенные функции Лежандра

$$Y = C_1 P_{-\frac{1}{2}}(x) + C_2 Q_{-\frac{1}{2}}(x), \quad (6)$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$r = ar^*; \quad U = U_0 U^*; \quad R = aR^*; \quad R^* = 1 + r^* \sin \theta. \quad (7)$$

Звездочки в обозначении безразмерных переменных далее опускаем. Для представления потенциала скорости в интегральной форме перейдем в (3) к координатам  $(\rho, R)$ .

$$\rho = \rho_{MP} = \sqrt{r^2 - 2rp \cdot \cos(\theta - q) + p^2}, \quad (8)$$

где  $M(r, \theta)$ ,  $P(p, q)$  – произвольные точки рассматриваемой области в плоскости  $\varphi = \text{Const}$ , находим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + 2 \frac{R - R_p}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{2R - R_p}{\rho R} \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} = 0, \quad (9)$$

$$R_p = 1 + p \cdot \sin q.$$

Уравнения (9) и (3) формально совпадают  $\left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0; r \rightarrow \rho, a \rightarrow R_p \right)$ , поэтому решение (9) имеет вид

$$U = \frac{1}{\rho} \left( C_1 P_{-\frac{1}{2}}(x) + C_2 Q_{-\frac{1}{2}}(x) \right); \quad (10)$$

$$x = x_{MP} = 1 + 8 \frac{RR_p}{\rho^2}.$$

Назовем поверхность вращения вокруг  $Oz$  замкнутой выпуклой кривой  $\tilde{A}(r = \lambda(\theta); \theta \in [0; 2\pi])$ , не пересекающей ось  $Oz$ , тороидом. Пусть  $P(p, q) \in \tilde{A}$ . Используя асимптотику поведения функций Лежандра ( $x > 1$ ) при  $x \rightarrow \infty$ , ( $\rho \rightarrow 0$ )

$$P_{-\frac{1}{2}}(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}}; \quad Q_{-\frac{1}{2}}(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x. \quad (11)$$

Положим в (10)

$$C_2 = 0; C_1 = R_p \sqrt{2}; z_{MP} = \frac{C_1}{\rho} P_{-\frac{1}{2}}(x_{MP}). \quad (12)$$

Тогда интегральное представление решения (9) примет вид

$$V(m) = \int_{\bar{A}} Z_{MP}(x) \mu(q) dl_p, \quad (13)$$

где  $\mu(\theta)$  - неизвестная плотность.

На поверхности тороида (на контуре  $\Gamma$ ) нормальная составляющая скорости должна принимать заданное значение (непроницаемость контура)

$$\left. \frac{\partial V}{\partial n_p} \right| = \psi(\theta). \quad (14)$$

Рассмотрим плоскость  $\varphi = \text{Const}$ , например  $zOy$ ,  $\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$ . Уравнение  $\Gamma$  запишем

в параметрической форме

$$\begin{cases} y = \lambda(\theta) \sin \theta \\ z = \lambda(\theta) \cos \theta \end{cases}$$

Пусть  $\xi$  - угол наклона касательной к  $\Gamma$  в точке  $P(p, q)$ ;  $p = \lambda(q)$  (рис.2),

$$\text{tg} \xi = \frac{\lambda' \cos q - \lambda \sin q}{\lambda' \sin q + \lambda \cos q}.$$

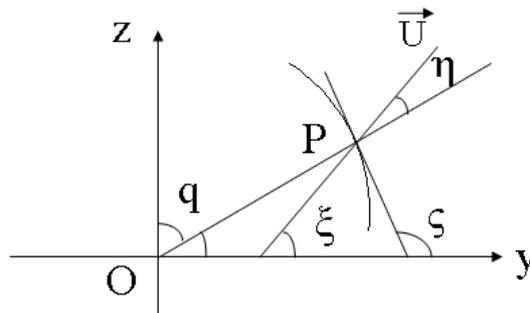


рис. 2

$\zeta$  - угол, составляемый нормалью в  $P$  с  $Oy$ .

$$\text{tg} \zeta = -\frac{\lambda' \sin q + \lambda \cos q}{\lambda' \cos q - \lambda \sin q}.$$

$\eta$  - угол между  $\overrightarrow{OP}$  и  $\overrightarrow{U}$ , тогда (рис.2)

$$\eta = \zeta + q - \frac{\pi}{2}.$$

$$\frac{\partial U}{\partial n_p} = \overrightarrow{\text{grad}U} \cdot \overrightarrow{n_p^0} = \frac{\partial U}{\partial r} \cos \eta + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \sin \eta.$$

$$\cos \eta = \sin(\xi + q) = \frac{\cos q(\lambda' \sin q + \lambda \cos q) - \sin q(\lambda' \cos q - \lambda \sin q)}{\sqrt{\lambda'^2 + \lambda^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda'^2 + \lambda^2}};$$

Аналогично

$$\sin \eta = -\frac{\lambda'}{\sqrt{\lambda'^2 + \lambda^2}},$$

и

$$\left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{\bar{\Lambda}} = \left( \lambda(q) \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\lambda'(q)}{\lambda} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \lambda'^2}}. \quad (15)$$

Вычисляя производную (14), (15) находим

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{V(m_1) - V(m)}{\Delta r} = \int_0^{2\pi} \frac{\partial z}{\partial r} \mu(q) \sqrt{\lambda^2 + \lambda'^2} dq; \quad (16)$$

аналогично

$$\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial \theta} \mu(q) \sqrt{\lambda^2 + \lambda'^2} dq. \quad (17)$$

Так что

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \int_0^{2\pi} K(\theta, q) \mu(q) dq; \quad (18)$$

$$K(\theta, q) = \lambda(q) \left( \frac{1}{\rho} P'_{-\frac{1}{2}}(x) \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\alpha}{\rho} P_{-\frac{1}{2}}(x) \right) - \lambda'(q) \left( \frac{1}{\rho} P'_{-\frac{1}{2}}(x) \frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \theta} - \frac{\beta}{\rho} P_{-\frac{1}{2}}(x) \right); \quad (19)$$

$$\alpha = \frac{r - \lambda(q) \cos(\theta - q)}{\rho^2}; \quad \beta = \frac{\lambda(q) \sin(\theta - q)}{\rho^2};$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{8\sqrt{2}R_p^2}{\rho^2} \left( \frac{\lambda^2(q) - r^2}{\rho^2} \sin \theta - 2\alpha \right); \quad (20)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{8\sqrt{2}R_p^2}{\rho^2} (\cos \theta - 2\beta);$$

$$P'_{-\frac{1}{2}}(x) = \frac{1}{2(x^2 - 1)} \left( P_{\frac{1}{2}}(x) - x P_{-\frac{1}{2}}(x) \right).$$

Граничное условие (14) принимает вид

$$\int_0^{2\pi} K(\theta, q) \Big|_{\bar{\Lambda}} \mu(q) dq = \psi(\theta). \quad (21)$$

При вычислении значений ядра на  $\Gamma$  в (19) следует положить  $r = \lambda(\theta)$ .

В отличие от применения потенциалов простого и двойного слоя (в случае замены в (12)  $P_{-\frac{1}{2}}(x)$  на  $Q_{-\frac{1}{2}}(x)$ ) интеграл (18) является непрерывной функцией на  $\Gamma$ , поэтому задача отыскания неизвестной плотности сводится к решению линейного интегрального уравнения Фредгольма первого рода (21).

2. Рассмотрим несимметричное (косое) обтекание тороида, когда направление потока составляет угол  $\alpha$  с осью  $Oz$ . Выберем ось  $Ox$  так, чтобы вектор скорости потока жидкости лежал в плоскости  $(zx)$ . Условие непрерывности нормальной составляющей скорости на поверхности тороида примет вид

$$\left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{\bar{\Lambda}} = U_0 \cos(\theta - \alpha) \cos \varphi. \quad (22)$$

Ищем решение (3) в виде

$$U = V(\rho, R) \cos \varphi, \quad (23)$$

получим

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} + 2 \frac{R - R_p}{\rho} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho \partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{2R - R_p}{\rho R} \frac{\partial V}{\partial \rho} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R^2} = 0. \quad (24)$$

Ищем автомодельное решение (24)

$$V = R^n \rho^m Z(x); \quad x = \frac{RR_p}{\rho^2}. \quad (25)$$

Получаем

$$(1 + 4x)x^2 Z'' + [(2n - m + 3)2x + 2n + 1]xZ' + [n^2 - 1 - mx(2n + 1)]Z = 0; \quad (26)$$

$$m + 2n - 1 = 0,$$

которое сводится к гипергеометрическому уравнению Гаусса

$$Z_1 = \frac{1}{x^{n+1}} F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1, -4x\right); \quad Z_2 = x^{n-1} F\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 3, -4x\right), \quad |x| < 1. \quad (27)$$

Для  $|x| > 1$  подстановка

$$z = |x|^{-\alpha} \eta(\zeta), \quad \zeta = \frac{1}{x}, \quad (28)$$

преобразует  $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$  к

$$\eta = F(\alpha, \alpha - \gamma + 1, \alpha - \beta + 1, \zeta), \quad (29)$$

что позволяет искать интегральное представление решения (24) в виде, аналогичном (12), (13), с заменой  $P_{\frac{1}{2}}(x)$  на (27) или (28), (29). Производная по нормали на контуре  $\Gamma$  с учетом (23) вычисляется как в (15).

В общем случае рассматривается обтекание тороида, движущегося со скоростью  $V$ , составляющей угол  $\delta$  с  $Oz$  в однородном потоке (НИЖ), движущемся со скоростью  $W$  под углом  $\beta$  к  $Oz$  и составляющей угол  $\gamma$  со скоростью  $\vec{V}$ .

Скорость  $\vec{U}$  движения тороида равна

$$\vec{U} = \vec{V} - \vec{W}; \quad U = |\vec{U}| = \sqrt{V^2 + 2VW \cos \gamma + W^2}. \quad (30)$$

Выберем декартовы координаты так, что плоскость  $(xOy)$  совпадает с плоскостью симметрии тороида и вектор  $\vec{W}$  лежит в плоскости  $(xOz)$

$$-\vec{W}^0 (\sin \beta, 0, \cos \beta); \quad \vec{V}^0 (\cos \alpha_x, \cos \alpha_y, \cos \delta);$$

$$\vec{U} (\cos \alpha_x + \sin \beta, \cos \alpha_y, \cos \delta + \cos \beta).$$

$$\cos \alpha_x = \frac{1}{\sin \beta} (\cos \gamma - \cos \beta \cos \delta);$$

$$\cos \alpha_y = \frac{1}{\sin \beta} \varepsilon; \quad (31)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\sin^2 \beta - (\cos \gamma - \cos \beta \cos \delta)^2}.$$

$$\vec{U}^0 \left( \frac{\cos \alpha_x + \sin \beta}{T}, \frac{\cos \alpha_y}{T}, \frac{\cos \delta + \cos \beta}{T} \right); \quad (32)$$

$$T = \sqrt{(\cos \alpha_x + \sin \beta)^2 + \cos^2 \alpha_y + (\cos \delta + \cos \beta)^2}.$$

Вектор  $U$  составляет с  $Oz$  угол  $\kappa$ :

$$\cos \kappa = \frac{\cos \delta + \cos \gamma}{T}.$$

Поэтому в рассматриваемом случае

$$\left. \frac{\partial Z}{\partial n} \right|_{\bar{\lambda}} = U \cos(\theta - \kappa) \cos \varphi. \quad (33)$$

Л.П.ФИЛИНА

## О ХИМИЧЕСКОМ ЭКВИВАLENTE

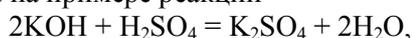
Обсуждаются различные определения понятия «химический эквивалент», содержащиеся в учебной литературе, изданной в последнее время.

Введение в химию понятия «эквивалент» произошло в конце 18 – начале 19 века и было обусловлено тем, что, как следует из закона постоянства состава, элементы соединяются друг с другом в строго определенных количественных соотношениях. На основе этого понятия сформулирован закон эквивалентов, который является одним из основных законов стехиометрии. В учебниках общей химии, изданных в 70-х годах прошлого века, например, [1,2], эквивалентом называли весовое количество элемента, соединяющееся с одной весовой частью водорода или замещающее ее в соединениях. Размерность эквивалента совпадала с размерностью массы и формулировка закона эквивалентов была следующей: *элементы всегда соединяются между собой в определенных весовых количествах, соответствующих их эквивалентам.*

С тех пор определение химического эквивалента претерпело ряд изменений, и в учебниках общей химии, изданных в последние два десятилетия, встречаются несколько формулировок понятия «эквивалент».

С введением в систему СИ понятия «моль» как единицы количества вещества появилось соответствующее определение эквивалента. **Эквивалент элемента – это такое его количество, которое соединяется с одним молем атомов водорода или замещает то же количество атомов водорода в химических реакциях** [3]. В данной формулировке эквивалент – величина, имеющая размерность количества вещества – моль. Масса одного эквивалента называется эквивалентной массой, а закон эквивалентов сформулирован так: *массы (объемы) реагирующих друг с другом веществ пропорциональны их эквивалентным массам (объемам).* Эквивалентная масса равна молярной массе или составляет ее часть и имеет размерность г/моль. Это достаточно четкое и понятное для студентов определение эквивалента и закона эквивалентов сохранено и в некоторых учебных изданиях, вышедших в последние десять лет [4-7].

В других учебниках и учебных пособиях по общей химии, вышедших также в последние годы [8-13], содержится новое определение эквивалента, приведенное и в [14]. **Эквивалентом называется реальная или условная частица вещества, которая может замещать, присоединять, высвободить или быть каким-либо другим способом эквивалентна одному иону водорода в кислотно-основных или ионообменных реакциях или одному электрону в окислительно-восстановительных реакциях.** В этом случае эквивалент – величина безразмерная. Состав эквивалента выражается при помощи химических формул и символов. Авторы [11-12] разъясняют новое определение эквивалента на примере реакции



в которой одному иону водорода кислоты соответствует одна молекула KOH, одна молекула H<sub>2</sub>O, ½ молекулы H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> и ½ молекулы K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (правда, по отношению к элек-