Как видно из таблицы, результаты расчётов по упрощённым вариантам достаточно близки к точным значениям, полученным по формуле (9). Прежде всего это касается значений углов φ и φ_0, так как l и l_0 получаются из построения. Предпочтение следует отдавать первому варианту, достоверность которого весьма высока: отклонения не превышают 0,1%.

На основании проведённых исследований предлагается следующий порядок расчёта геометрических параметров лезвия ножа.

1. Задаёмся исходными данными:
2. По формулам (1), (7), (8) определяем соответственно величины R_H, a, b.
3. По формуле (11) определяем l.
4. По формуле (13) определяем угол φ.
5. По формуле (2) определяем φ_0. Далее, если необходимо, осуществляем проверку результата расчётами по формуле (9).
6. Выполняем геометрические построения и с учётом внесения конструктивных дополнений и изменений выполняем чертежи ножа.

Формула (9) громоздка и требует от конструктора тщательности в расчётах, однако ею не следует пренебрегать, если необходимо точно определить значение угла φ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методика расчёта технологии и инструмента для поперечно-клиновой прокатки на двухвалковых станах РТМ 24.Н.286-77, Волгоград, 1977.

В.К.КОШМАК

ТАРИФ И ЛИЦЕНЗИЯ ПРИ ИМПОРТЕ МОНОПОЛЬНОЙ ПРОДУКЦИИ

1. Двухуровневая модель

Представим фирму, которая производит монопольный товар в количестве $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$, где $\mathbf{q}_1$ - часть товара, которую фирма продает в собственной стране, а $\mathbf{q}_2$ - экспортирует в другую страну. Правительство страны-импортера устанавливает плату за лицензию **e** - и тариф **t** - плату за каждую единицу проданного товара. Таким образом, политика правительства определяется вектором $\mathbf{z} = (\mathbf{e}, \mathbf{t})$.

На первом уровне модели вектор **z** считается фиксированным. Фирма решает задачу максимизации своей прибыли. Максимальная прибыль фирмы является функцией **z**. Правительство обладает полной информацией о деятельности фирмы и подсчитывает свою прибыль $\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{z})$. На втором уровне модели определяется оптимальная по критерию прибыли от импорта политика правительства, при которой наблюдается максимум функции $\mathbf{G}(\mathbf{z})$.

В такой постановке, насколько известно автору, задача является новой. Ее решение является основной целью данной публикации. Известно решение задачи о тарифной и лицензионной политике в условиях олигополии, когда на рынке торгует отечественная фирма и несколько иностранных фирм [1]. Одним из результатов работы [1] является возможность отрицательного тарифа на импортируемую продукцию при достаточно большой плате за лицензию.

2. Модель поведения фирмы

Пусть даны две страны и соответственно два рынка. Фирма монополия принадлежит первой стране, при этом часть товара продает в собственной стране, часть экспортирует во вторую.

Определим прибыль фирмы

$$P_{(q_1,q_2,z)} = \begin{cases} p_1(q_1)q_1 - c_1(q_1+q_2) + p_2(q_2)q_2 - c_2(q_2) - tq_2 - e & (q_1,q_2) \in D_2; \\ p_1(q_1)q_1 - c_1(q_1) & (q_1,q_2) \in D \setminus D_2; \quad (1) \\ 0 & (q_1,q_2) \notin D, \end{cases}$$

где D - множество (q_1,q_2), при которых прибыль неотрицательна; D_2 - множество (q_1,q_2), при которых фирме выгодно торговать на рынке второй страны; $p_{1,2}(q)$ - функции спроса на рынках **1** и **2**; $c_1(q)$ - затраты при производстве q единиц товара; $c_2(q)$ - затраты на экспорт. Считаем, что $p_{1,2}(q)$ и $c_{1,2}(q)$ дважды дифференцируемые функции, для которых справедливо $p'_{1,2}(q) < 0$, $c'_{1,2}(q) > 0$, $c''_{1,2}(q) \geq 0$.

Фирма принимает решение об экспорте продукции в том случае, когда это не уменьшает прибыль. Поэтому множество (q_1,q_2) выгодной для монополии экспортной торговли можно определить как

$$D_2 = \{ (q_1,q_2) \mid p_1(q_1)\, q_1 - c_1(q_1+q_2) + p_2(q_2)\, q_2 - c_2(q_2) - t\, q_2 - e \geq p_1(q_1)\, q_1 - c_1(q_1) \}$$

откуда следует что $(q_1,q_2) \in D_2$ при

$$e \leq p_2(q_2)\, q_2 - c_2(q_2) + c_1(q_1) - c_1(q_1+q_2) - t\, q_2 \tag{2}$$

Необходимые условия максимума прибыли (1) для внутренней точки $(q_1,q_2) \in D_2$ имеют вид:

$$\frac{\partial P(q_1,q_2,z)}{\partial q_1} = p'_1(q_1)q_1 + p_1(q_1) - c'_1(q_1+q_2) = 0; \tag{3}$$

$$\frac{\partial P(q_1,q_2,z)}{\partial q_2} = p'_2(q_2)q_2 + p_2(q_2) - c'_1(q_1+q_2) - c'_2(q_2) - t = 0; \tag{4}$$

Решение системы (3), (4) вектор (q_1^0, q_2^0) определяет объем продаж, при котором прибыль фирмы максимальна, если удовлетворяются достаточные условия $p''_{1,2}(q_{1,2})q_{1,2} + p'_{1,2}(q_{1,2}) \leq 0$ [1]. Поскольку в систему (3), (4) не входит лицензия $\mathbf{e}$, то $\mathbf{q}_{1,2}^0 = \mathbf{q}_{1,2}^0(\mathbf{t})$, т.е. оптимальный объем продаж зависит только от тарифа $\mathbf{t}$.

3. Тарифная политика правительства

Доходы правительства равны $\mathbf{G}(\mathbf{t},\mathbf{e}) = \mathbf{e} + \mathbf{t}\mathbf{q}_2^0$. Поскольку плата за лицензию $\mathbf{e}$ не влияет на $\mathbf{q}_2^0$, то правительство устанавливает ее на границе области $\mathbf{D}_2$. В соответствии с (2)

$$\mathbf{e} = \mathbf{p}_2(\mathbf{q}_2^0)\mathbf{q}_2^0 - \mathbf{c}_2(\mathbf{q}_2^0) + \mathbf{c}_1(\mathbf{q}_1^0) - \mathbf{c}_1(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0), \tag{5}$$

после чего доходы правительства будут равны

$$\mathbf{G}(\mathbf{t}) = \mathbf{p}_2(\mathbf{q}_2^0)\mathbf{q}_2^0 - \mathbf{c}_2(\mathbf{q}_2^0) + \mathbf{c}_1(\mathbf{q}_1^0) - \mathbf{c}_1(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0). \tag{6}$$

Производная функции (6) с учетом условий (3),(4) равна

$$\frac{\mathbf{dG(t)}}{\mathbf{dt}} = -(\mathbf{c}_1'(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0) - \mathbf{c}_1'(\mathbf{q}_1^0))\frac{\mathbf{dq}_1^0}{\mathbf{dt}} + \mathbf{t}\frac{\mathbf{dq}_2^0}{\mathbf{dt}}. \tag{7}$$

Дифференцируя (3), (4) по $\mathbf{t}$ находим, что в уравнении (7):
$\mathbf{dq}_1^0/\mathbf{dt} = \mathbf{c}_1''(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0)/\Delta \ge 0$, $\mathbf{dq}_2^0/\mathbf{dt} = (\mathbf{b}_1 + \mathbf{d}_1)/\Delta < 0$. Здесь

$\Delta = (\mathbf{b}_1 + \mathbf{d}_1)(\mathbf{b}_2 + \mathbf{d}_2) - \mathbf{c}_1''(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0)(\mathbf{b}_1 + \mathbf{p}_1'(\mathbf{q}_1^0)) > 0;$
$\mathbf{b}_{1,2} = \mathbf{p}_{1,2}''(\mathbf{q}_{1,2}^0)\mathbf{q}_{1,2}^0 + \mathbf{p}_{1,2}'(\mathbf{q}_{1,2}^0) \le 0;$ $\mathbf{d}_1 = \mathbf{p}_1'(\mathbf{q}_1^0) - \mathbf{c}_1''(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0) < 0;$
$\mathbf{d}_2 = \mathbf{p}_2'(\mathbf{q}_2^0) - \mathbf{c}_2''(\mathbf{q}_2^0) < 0.$

Если существуют допустимые значения параметра $\mathbf{t}$, при которых производная (6) равна нулю, тогда они удовлетворяют уравнению

$$\mathbf{t} = \frac{(\mathbf{c}'(\mathbf{q}_1^0 + \mathbf{q}_2^0) - \mathbf{c}'(\mathbf{q}_1^0))\mathbf{dq}_1^0/\mathbf{dt}}{\mathbf{dq}_2^0/\mathbf{dt}}. \tag{8}$$

С учетом знака производных $\mathbf{dq}_1^0/\mathbf{dt}, \mathbf{dq}_2^0/\mathbf{dt}$, а также $\mathbf{c}_1''(\mathbf{q})$ приходим к выводу, что в уравнении (8) $\mathbf{t} \le 0$. Таким образом максимум $\mathbf{G(t)}$, если он находится в точке, где производная равна нулю, наблюдается при значении параметра $\mathbf{t} \le 0$. Наибольшие доходы в рамках поставленной задачи можно получить, устанавливая плату за лицензию в соответствии с (5) и доплачивая фирме за каждую единицу проданного товара. Доплата позволит увеличить объем экспорта, прибыль фирмы от внешней торговли возрастет и, поскольку вся эта прибыль извлекается посредством платы за лицензию $\mathbf{e}$, доходы правительства возрастут.

Представим пример решения поставленной задачи при следующих исходных данных: $\mathbf{p}_{1,2}(\mathbf{q})=1-\mathbf{q}$; $\mathbf{c}_1(\mathbf{q})=\mathbf{q}^2/2$; $\mathbf{c}_2(\mathbf{q})=\mathbf{q}/2$. Найдем решение системы (3), (4), при котором прибыль фирмы максимальна: $\mathbf{q}_1^0 = (2{,}5 + \mathbf{t})/8$; $\mathbf{q}_2^0 = (0{,}5 - 3\mathbf{t})/8$.

Значение параметра **t** , при котором доходы правительства максимальны находим из уравнения **(8)** : $\mathbf{t^0 = -1/42}$. Доходы правительства при данном оптимальном тарифе $\mathbf{G(-1/42) = 5{,}95\ 10^{-3}}$. Чтобы показать, что в точке $\mathbf{t^0 = -1/42}$ действительно наблюдается максимум, найдем $\mathbf{G(0) = 5{,}86\ 10^{-3}}$.

4. Заключение

В статье представлена двухуровневая модель импорта монопольной продукции. Показано, что для привлечения монополии на внутренний рынок и увеличения объема продаж может быть выгодно устанавливать значительную плату за лицензию и при этом доплачивать внешнему экспортеру за каждую единицу проданного товара.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fuerst S.Timothy , Kim H. Kyoo.** Two parts trade policy under imperfect competition. To appear in "Review of International Economics" (forth coming).

А.Н.ВЕРХОЗИН

ЗАДАЧА КЕПЛЕРА В ОБЩЕМ КУРСЕ ФИЗИКИ

Задача двух тел, называемая иначе задачей Кеплера, является одной из частных задач небесной механики и состоит в определении движения двух тел, притягивающихся друг к другу по закону тяготения Ньютона. В общем случае, когда необходимо учитывать неоднородность взаимодействующих тел и возмущения, задача точного решения не имеет. Если же взаимодействующие тела могут рассматриваться как материальные точки, а возмущением можно пренебречь, то задача решается точно (в конечном виде), а соответствующее решение называется *невозмущенным* или *кеплеровым.* Такой случай, например, реализуется для систем "Солнце + планета", "планета + искусственный спутник", "двойная звезда", "ядро + α-частица" и пр. При кеплеровом движении в зависимости от начальных условий (начальной скорости) траекторией тела может быть эллипс, окружность, парабола, гипербола и прямая. Задача Кеплера рассматривается почти в любом курсе теоретической механики, однако решение ее оказывается громоздким и основано на использовании приемов, выходящих за рамки общего курса физики. Вместе с тем образовательный стандарт базового высшего технического образования по физике настойчиво рекомендует изучение задачи двух тел студентами не только технических, но и нетехнических (например, экономических) специальностей. Ниже рассматривается элементарное решение задачи Кеплера для случая $m \ll M$ (m, M — массы движущегося тела и тела-источника поля) и математическое моделирование движения тела в центральном силовом поле (частный случай задачи). Материал статьи может быть предложен студентам в качестве домашнего расчетного задания.