

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОН ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КОНТУРА ЩЁТОЧНО-КОНТАКТНОГО АППАРАТА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

Рассматривается проблема аналитического решения задачи определения зон параметрической неустойчивости электромагнитной колебательной системы узла скользящего токосъёма с использованием уравнения Матье II порядка для диссипативной системы с одной степенью свободы. Приводятся результаты вычислительного эксперимента и рекомендации.

Ключевые слова: *электрофрикционное взаимодействие, скользящий электрический контакт, имитационное моделирование.*

Энергетические турбогенераторы имеют конструктивный узел, носящий название щёточно-контактный аппарат (ЩКА) или узел скользящего токосъёма. Надёжность работы турбогенератора определяется, в том числе, надёжностью функционирования данного узла. На щётки, контактирующие с вращающимся токосъёмником, действуют значительные динамические усилия, которые приводят к механическим нарушениям контакта и процесса токопередачи. Кроме того в электрических цепях (ЩКА) возникают электромагнитные резонансные явления, обусловленные параметрической модуляцией переходного сопротивления и ёмкости в зоне контакта [1–5]. Описанные явления вызывают повышенное искрение и износ контактирующих деталей. Одним из важных способов снижения уровня искрения является устранение параметрических резонансных процессов в электромагнитных контурах ЩКА. Для этого необходимо исследовать области параметрической неустойчивости данной колебательной системы и установить соответствующие ограничения на конструктивные параметры узла, а также определить характеристики внешних демпфирующих устройств, позволяющих избежать указанных параметрических резонансов. Описанные задачи являются актуальными, т. к. их решение позволит повысить надёжность ЩКА и турбогенератора в целом. В данной статье рассматривается первый этап решения описанной задачи, связанный с построением зон параметрической неустойчивости электромагнитной колебательной системы ЩКА турбогенератора.

В рамках работы над созданием обобщённой модели динамического токораспределения по параллельным щёткам узла скользящего токосъёма турбогенератора (УСТ ТГ), с целью построения адекватной итоговой модели, разделим расчётную задачу на взаимосвязанные функциональные части.

В данной статье рассмотрим расчёт и построение зон параметрической неустойчивости электрических контуров: высокочастотного, для одиночного скользящего контакта (СК) на одном из токосъёмных колец и низкочастотного, для двух одиночных СК на двух токосъёмных кольцах.

Полная схема замещения УСТ ТГ имеет следующий вид (рис. 1).

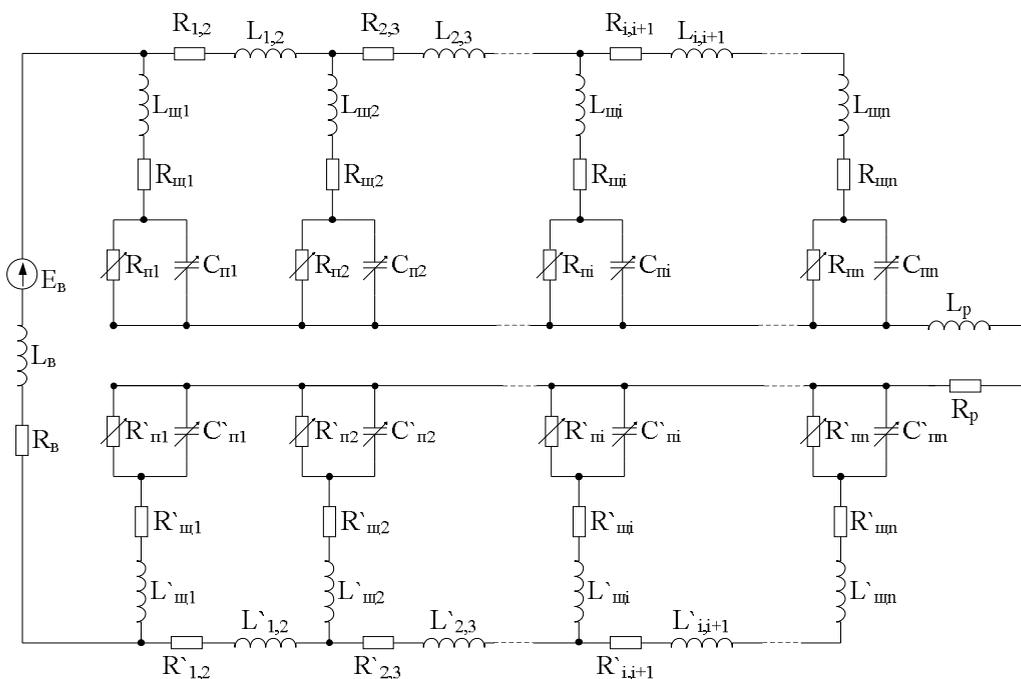


Рис. 1. Схема замещения узла токосъёма ТГ

На данной схеме:

$L_{щ1}, L_{щ2} \dots L_{щn}; R_{щ1}, R_{щ2} \dots R_{щn}$ — индуктивность и электрическое сопротивление отдельного щётчного контакта на первом токосъёмном кольце;

$L'_{щ1}, L'_{щ2} \dots L'_{щn}; R'_{щ1}, R'_{щ2} \dots R'_{щn}$ — индуктивность и электрическое сопротивление отдельного щётчного контакта на втором токосъёмном кольце;

$R_{п1}, R_{п2} \dots R_{пn}; C_{п1}, C_{п2} \dots C_{пn}$ — электрическое сопротивление и ёмкость переходного слоя отдельного щётчного контакта на первом токосъёмном кольце;

$R'_{п1}, R'_{п2} \dots R'_{пn}; C'_{п1}, C'_{п2} \dots C'_{пn}$ — электрическое сопротивление и ёмкость переходного слоя отдельного щётчного контакта на втором токосъёмном кольце;

L_B, R_B, E_B — индуктивность, электрическое сопротивление и ЭДС возбудителя;

L_p, R_p — индуктивность и электрическое сопротивление ротора;

$L_{1,2}, L_{2,3} \dots L_{i,i+1}; R_{1,2}, R_{2,3} \dots R_{i,i+1}$ — индуктивность и электрическое сопротивление между двумя щётчными контактами на первом токосъёмном кольце;

$L'_{1,2}, L'_{2,3} \dots L'_{i,i+1}; R'_{1,2}, R'_{2,3} \dots R'_{i,i+1}$ — индуктивность и электрическое сопротивление между двумя щётчными контактами на втором токосъёмном кольце.

Рассмотрим электрические процессы в контуре независимого одиночного СК. Схема замещения представлена на рис. 2.

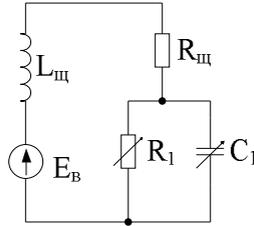


Рис. 2. Схема замещения одиночного скользящего контакта (высокочастотный контур)

Данный контур имеет операторное сопротивление:

$$Z_1(p) = L_{щ} \cdot p + R_{щ} + \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 p}$$

и операторное уравнение для тока:

$$\left[L_{щ} R_1 C_1 p^2 + (L_{щ} + R_{щ} R_1 C_1) p + (R_{щ} + R_1) \right] I_1 = (1 + R_1 C_1 p) \cdot E_B.$$

Если принять напряжение обмотки возбуждения постоянным $E_B = const$, получаем линейное дифференциальное уравнение II порядка:

$$I'' + \frac{R_{щ}}{L_{щ}} \left(1 + \frac{L_{щ}}{R_{щ} R_1 C_1} \right) I' + \frac{1}{L_{щ} C_1} \left(1 + \frac{R_{щ}}{R_1} \right) I = \frac{1}{L_{щ} R_1 C_1} E_B. \quad (1)$$

Дифференциальные уравнения вида $A(t) \frac{d^2 q}{dt^2} + B(t) \frac{dq}{dt} + C(t) q = 0$ в общем случае описывают параметрические колебания линейных систем, таким образом мы можем сделать вывод, что в данной системе наблюдаются колебания, которые можно интерпретировать как параметрические.

Так как коэффициенты в уравнении параметрических колебаний зависят от некоторых параметров, характеризующих свойства параметрического воздействия, то при определённых их значениях решение уравнения может оказаться неустойчивым. Множества точек, соответствующих неустойчивости, образуют в пространстве параметров области динамической неустойчивости. В случае если варьируемыми параметрами являются частоты периодического параметрического воздействия, наибольший интерес представляют частотные соотношения, называемые параметрическими резонансами.

Для нахождения параметрических резонансов системы, будем строить границы областей неустойчивости, пользуясь уравнением колебаний Матье II порядка для диссипативной системы с одной степенью свободы.

Приведём уравнение (1) к форме уравнения Матье:

$$I'' + 2\varepsilon I' + \omega_0^2 (1 + 2\mu \cdot \cos \omega t) I = 0. \quad (2)$$

Для нашего случая примем, что $R_{щ} = const$, а сопротивление переходного слоя одного щётчного контакта R_1 и его ёмкость C_1 изменяются гармонически с частотой ω , с амплитудами a_R и a_{C_1} с постоянными составляющими R_0 и C_0 :

$$R_1(t) = R_0 (1 \pm \varepsilon_R \cos \omega t); \quad C_1(t) = C_0 (1 \pm \varepsilon_C \cos \omega t), \quad (3)$$

где $\varepsilon_R = \frac{a_R}{R_0}$, $\varepsilon_C = \frac{a_C}{C_0}$ — параметры, характеризующие глубину модуляции, $\varepsilon_R, \varepsilon_C \ll 0$.

Определим, с некоторым приближением, коэффициенты для уравнения Матъе:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_{\text{щ}}C_0} \left(1 + \frac{R_{\text{щ}}}{R_0}\right);$$

ω_0 — собственная частота электромагнитных колебаний в рассматриваемом контуре, μ — совокупная глубина модуляции параметров колебательного контура (коэффициент возбуждения), $2\mu = \varepsilon_C + \varepsilon_R \frac{R_{\text{щ}}}{R_{\text{щ}} + R_0}$;

ε — параметр затухания электромагнитных колебаний (диссипация), $2\varepsilon = \frac{R_{\text{щ}}}{L_{\text{щ}}} + \frac{1}{R_0C_0}$;

ω — частота модуляции (частота параметрического возбуждения).

Таким образом, мы описали колебательные процессы в электрическом контуре одной щетки уравнением Матъе, то есть привели данную систему к колебательной диссипативной системе с одной степенью свободы.

Далее, построим распределение областей неустойчивости Матъе (диаграммы Стретта — Айнса) на плоскости $\mu, \eta = \frac{\omega}{2\omega_0}$, [6]. Области неустойчивости примыкают к частотным соотношениям: $\omega = \frac{2\omega_0}{p}$ ($p = 1, 2, 3 \dots$). При достаточно малых $\mu \ll 1$ границы первой области могут быть рассчитаны по формуле: $\omega \approx 2\omega_0\sqrt{1 \pm \mu}$. Относительная ширина последующих побочных резонансов имеет степенной порядок.

При задании μ от 0 до 0,6 с шагом 0,1, получаем следующие графики:

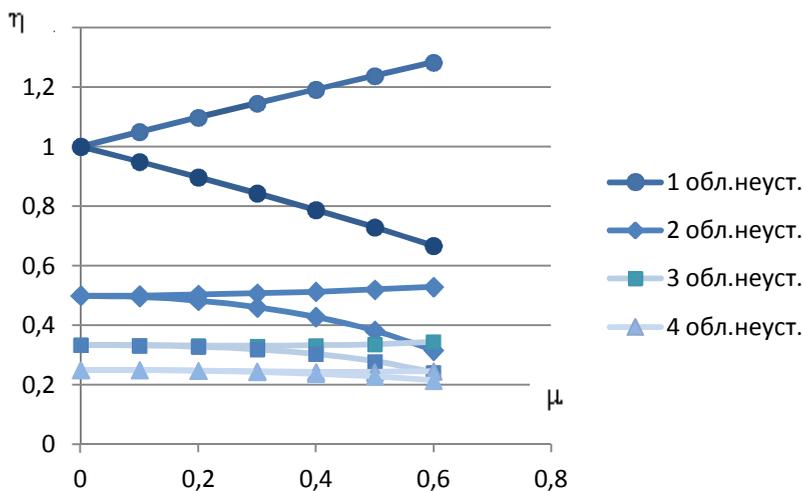


Рис. 3. Диаграммы Стретта — Айнса — области неустойчивости для уравнения Матъе

Зоны неустойчивости для высокочастотного контура

По диаграммам Стретта — Айнса (рис. 3), находим области неустойчивости для электрического контура одной изолированной щётки, используя числовые значения полученных коэффициентов уравнения Матъе (2).

Приведём числовую оценку входящих в уравнение параметров, для ТГхх:

Параметры модели						Расчётные параметры	
$R_0, Ом$	ε_R	$C_0, мкФ$	ε_C	$R_{щ}, Ом$	$L_{щ}, мкГн$	μ	$\omega_0, рад/с$
0,2	0,5	0,01	0,5	$8 \cdot 10^{-4}$	20	0,251	$1,584 \cdot 10^6$

$E_B = const.$

В нашем случае диссипация $\varepsilon = 0$.

Итак, по диаграммам на рис. 3, при $\mu = 0,251$, учитывая, что $\eta = \frac{\omega}{2\omega_0}$, получаем следующие данные:

Таблица 1

Границы неустойчивости по уравнению Матье для контура одиночного скользящего контакта

	Первая область неустойчивости		Вторая область неустойчивости		Третья область неустойчивости		Четвёртая область неустойчивости	
η	1,12		0,51		0,33		0,25	
	0,87		0,47		0,32		0,25	
$f, кГц$	390	$\Delta f=$ 86	177	$\Delta f=$ 11	116	$\Delta f=$ 3	86,3	$\Delta f=$ 0,4
	304		166		113		85,9	

Таким образом, мы нашли возможные зоны параметрической неустойчивости по частоте модуляции ω для высокочастотного электрического контура одной изолированной щётки, при заданных значениях совокупной глубины модуляции μ и собственной частоте электромагнитных колебаний ω_0 , при отсутствии диссипации ε .

Зоны неустойчивости для низкочастотного контура

Низкочастотный контур содержит две щётки — по одной щётке на каждом из двух токосъёмных колец. Электрическая схема замещения представлена на рис.4.

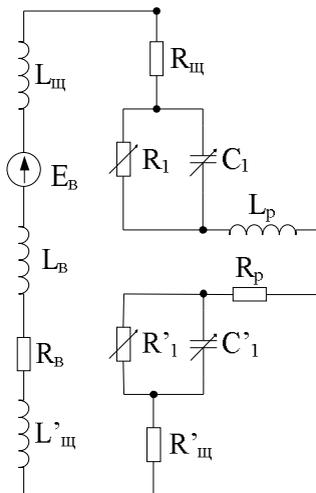


Рис. 4. Схема замещения низкочастотного контура

При переходе к операторным сопротивлениям схема будет иметь вид:

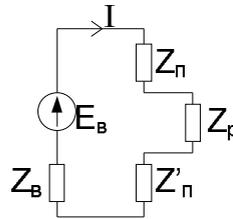


Рис. 5. Операторная схема замещения

где $Z'_П = Z_П = \frac{R_1}{pC_1R_1+1}$; $Z_Р = pL_Р + R_Р$; $Z_В = R_В + pL_В$. Тогда полное операторное сопротивление цепи: $Z = 2Z_П + Z_В + Z_Р = \frac{R_1}{pC_1R_1+1} + pL + R$, где $R = R_В + R_Р$; $L = L_Р + L_В$.

Составим уравнение для электрической цепи (рис. 5).

$$Z(p) \cdot I(p) = E_B(p). \quad (4)$$

При подстановке в уравнение (4) операторных сопротивлений, получаем операторное уравнение для тока:

$$[(LR_1C_1)p^2 + (L + RR_1C_1)p + (2R_1 + R)] \cdot I = (1 + R_1C_1p) \cdot E_B.$$

При $E_B = const$, имеем дифференциальное уравнение II порядка:

$$I'' + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{R_1C_1}\right)I' + \frac{1}{LC_1}\left(2 + \frac{R}{R_1}\right)I = \frac{1}{LR_1C_1}E_B.$$

Теперь, приведём это уравнение к форме уравнения Матье (2). Для этого введём допущения, что $R = R_В + R_Р = const$; $L = L_Р + L_В = const$, а сопротивления переходного слоя первого и второго щётчных контактов, при $R_1 = R_1'$ и их ёмкости, при $C_1 = C_1'$ изменяются гармонически с частотой ω , с амплитудами a_R и a_{C_1} с постоянными составляющими R_0 и C_0 :

$$R_1(t) = R_1'(t) = R_0(1 \pm \varepsilon_R \cos \omega t); C_1(t) = C_1'(t) = C_0(1 \pm \varepsilon_C \cos \omega t).$$

Тогда, коэффициенты в уравнении Матье II порядка для низкочастотного контура двух щ'ток будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{2}{LC_0} \left(1 + \frac{R}{2R_0}\right); \\ 2\mu &= \varepsilon_C + \varepsilon_R \frac{1}{1+2R_0/R}; \\ 2\varepsilon &= \frac{R}{L} + \frac{1}{R_1C_1}. \end{aligned}$$

Приведём числовую оценку входящих в уравнение параметров, для ТГхх:

Параметры модели										Расчётные параметры	
R_0 , Ом	ε_R	C_0 , мкФ	ε_C	$R_{щ}$, Ом	$L_{щ}$, мкГн	R_p , Ом	R_b , Ом	L_p , Гн	L_b , мГн	μ	ω_0 , рад/с
0,2	0,5	0,01	0,5	$8 \cdot 10^{-4}$	20	0,02	0,1	0,95	1	0,308	$1,653 \cdot 10^6$

$E_B = const.$

В нашем случае диссипация $\varepsilon = 0$.

Итак, по диаграммам на рис. 3, при $\mu = 0,308$, учитывая, что $\eta = \frac{\omega}{2\omega_0}$, получаем следующие данные:

Таблица 2

Границы неустойчивости по уравнению Матъе для контура двух щётки

	Первая область неустойчивости		Вторая область неустойчивости		Третья область неустойчивости		Четвёртая область неустойчивости	
η	1,15		0,51		0,33		0,25	
	0,84		0,46		0,32		0,24	
f , кГц	6,05	$\Delta f =$	2,67	$\Delta f =$	1,74	$\Delta f =$	1,29	$\Delta f =$
	1,23	4,8	2,42	0,26	1,67	0,07	1,28	0,01

Выводы:

Таким образом, мы нашли возможные зоны параметрической неустойчивости по частоте модуляции ω для низкочастотного электрического контура двух изолированных щёток, при заданных значениях совокупной глубины модуляции μ и собственной частоте электромагнитных колебаний ω_0 , при отсутствии диссипации ε .

Кинематическое возмущающее воздействие на щётку носит полигармонический характер и в нём присутствуют гармоники от 50 Гц до сотен тысяч. При этом резонансные частоты механической колебательной системы «щётка — контактная поверхность» с учётом контактной жесткости ($C = 15\text{--}40$ МН/м) и массы щётки ($m = 0,01\text{--}0,15$ кг) будут, ориентировочно, находится в интервале от 1,5 кГц до 10 кГц. Следовательно, можно констатировать, что частоты параметрического возбуждения могут совпадать с зонами неустойчивости по уравнению Матъе как для высокочастотного, так и для низкочастотного контуров, но наибольшая вероятность развития параметрического резонанса имеется у низкочастотного контура. Возможность данного совпадения необходимо учитывать при конструировании УСТ ТГ.

Литература

1. Плохов И. В. Комплексная диагностика и прогнозирование технического состояния узлов скользящего токосъёма турбогенераторов. Диссертация доктора технических наук. СПб.: СПбГПУ, 2001.
2. Плохов И. В. Модель динамики токопередачи через скользящий контакт // Электротехника. М., 2005. № 2. С. 28–33.
3. Ильин А. В., Плохов И. В., Козырева О. И. Моделирование процессов электрофрикционного взаимодействия в узлах скользящего токосъёма // Научно-технический вестник Поволжья. Казань: Научно-технический вестник Поволжья, 2013. № 4. С. 166–173.

- Ильин А. В., Плохов И. В., Козырева О. И. Моделирование микрорельефа поверхностей контактирующих деталей // Научно-технический вестник Поволжья. Казань: Научно-технический вестник Поволжья, 2013. № 5. С. 180–183.
- Хольм Р. Электрические контакты. М.: Иностранная литература, 1961.
- Вибрации в технике, Т. 1, М.: «Машиностроение», 1978. С. 121.

Об авторе(ах)

Козырева Оксана Игоревна — старший лаборант кафедры «Электропривод и системы автоматизации», электромеханический факультет, Псковский государственный университет, Россия.

Журавлёв Юрий Николаевич — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры строительной механики, инженерно-строительный факультет, Псковский государственный университет, Россия.

Плохов Игорь Владимирович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электропривод и системы автоматизации», электромеханический факультет, Псковский государственный университет, Россия.

E-mail: igor_plohov@list.ru

Ильин Александр Викторович — старший преподаватель кафедры «Электропривод и системы автоматизации», электромеханический факультет, Псковский государственный университет, Россия.

E-mail: al.ilyin@yandex.ru

Андрусич Андрей Владимирович — учебный мастер кафедры «Электропривод и системы автоматизации», электромеханический факультет, Псковский государственный университет, Россия.

O. I. Kozyreva, Yu. N. Zhuravlyov, I. V. Plohov, A. V. Iliin, A. V. Andrusich

THE MATHEMATICAL DEFINITION OF REGIONS OF PARAMETRIC INSTABILITY OF ELECTRIC CIRCUITS OF THE BRUSH-CONTACT DEVICES TURBOGENERATOR

The problem of determination of the analytical solution of the problem of parametric instabilities of electromagnetic vibratory system node sliding contact with the Mathieu equation II order for a dissipative system with one degree of freedom are seen. The results of computational experiments and recommendations are considered.

Key words: elektrofriktsionnoe interaction, sliding electrical contact simulation.

About the author(s)

Kozyreva Oksana Igorevna, Assistant of the Department of Electric Drive and Systems of Automation, Faculty of Electromechanics, Pskov State University, Russia.

Zhuravlyov Yury Nikolaevich, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Professor of the Department of Construction Mechanics, Faculty of Construction Engineering, Pskov State University, Russia.

Plohov Igor Vladimirovich, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Electric Drive and Systems of Automation, Faculty of Electromechanics, Pskov State University, Russia.

E-mail: igor_plohov@list.ru

Ilyin Alexander Viktorovich, Senior Lecturer of the Department of Electric Drive and Systems of Automation, Faculty of Electromechanics, Pskov State University, Russia.

E-mail: al.ilyin@yandex.ru

Andrusich Andrey Vladimirovich, Assistant of the Department of Electric Drive and Systems of Automation, Faculty of Electromechanics, Pskov State University, Russia.