

ГОМОГЕНИЗАЦИЯ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В РЕЗЕРВУАРАХ — ОТСТОЙНИКАХ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЗАТОПЛЕННОЙ ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ СТРУИ, ИСТЕКАЮЩЕЙ ИЗ ПЛОСКОГО ОТВЕРСТИЯ

Рассматривается перемешивание вязких жидкостей. Предложенная конструкция позволяет повысить эффективность функционирования при снижении энергозатрат. Представлена математическая модель движения вязкой жидкости.

Ключевые слова: вязкая жидкость, гомогенизация жидкостей, перемешивающее устройство.

Гомогенизация жидкостей — это процесс перемешивания с целью создания однородной (гомогенной) структуры. Однородность структуры жидкостей необходима для нормального функционирования резервуаров — отстойников предприятий сельского хозяйства, очистных сооружений. Для обеспечения полного опорожнения отстойника структура жидкости должна быть однородна, то есть донные отложения должны быть перемешаны по всему объёму жидкости.



Рис. 1. Погружная мешалка пропеллерного типа в отстойнике

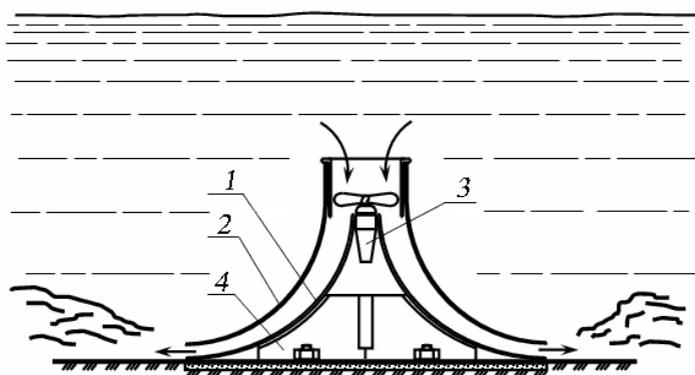
Для перемешивания жидкостей в настоящее время применяют различные по конструкции перемешивающие устройства. Наибольшее распространение получили погружные мешалки (миксеры) пропеллерного типа, которые оптимально подходят для перемешивания субстанций, имеющих низкий уровень вязкости (рис. 1) [1, С. 190]. Перемешивание осуществляется за счёт кинетической энергии струи жидкости, действующей в осевом направлении. Основным недостатком пропеллер-

ных мешалок является значительное рассеивание энергии в радиальном направлении, что приводит к необходимости установки миксеров большей мощности для возможности перемешивания донных отложений.

Для снижения мощности применяемых миксеров при неизменном объёме резервуара возможны следующие решения:

- обеспечение воздействия потока непосредственно на донный осадок;
- увеличение кинетической энергии струи жидкости за счёт изменения вида движения с вихреобразного до прямолинейного с сохранением турбулентной структуры;
- сокращение расстояния при перемешивании.

Для решения поставленных задач необходимо установить пропеллерную мешалку вертикально в конструкцию, изображённую на рис. 2, состоящую из двух раструбов и образующую диффузор, с помощью которого вихревое движение жидкости трансформируется в прямолинейное с непосредственным воздействием на донный осадок одновременно по всему периметру при условии установки конструкции по центру дна резервуара [2].



1, 2 — внутренний и внешний раструб соответственно; 3 — миксер;
4 — установочное устройство

Рис. 2. Перемешивающее устройство

Основной задачей для нормального функционирования такого устройства является подбор миксера по его параметрам — мощности на валу пропеллера и подачи, значения которых будут зависеть от физических и реологических параметров донного осадка, необходимой длины перемешивания, скорости истечения из плоского отверстия диффузора перемешивающего устройства.

Поток жидкости на выходе из плоского отверстия можно рассматривать как истечение полуограниченной струи, состоящей из двух частей — пограничного слоя и свободной части струи (рис. 3). Гидравлическая струя при истечении из плоского отверстия высотой $h_{\text{отв}}$ вызывает поступательное движение изначально неподвижных частиц окружающей жидкости с общим направлением в сторону действия струи. Расширение струи по вертикали объясняется действием сил трения, возникающих на границе струи и неподвижной окружающей жидкости.

Осреднённая местная скорость $\bar{u}_x \max$ на границе раздела пограничного слоя и свободной части полуограниченной струи будет зависеть от таких параметров, как расстояние x по оси действия струи, плотности ρ , вязкости η , напряжения сдвига τ и толщины пограничного слоя δ . Установив функциональную зависимость осреднённой местной скорости \bar{u}_0 на выходе из плоского отверстия от скорости $\bar{u}_x \max$, можно перейти к осевой средней скорости $V_{ос}$, создаваемой пропеллером насоса (миксером). Скорость $V_{ос}$ будет зависеть от таких параметров, как высота плоского отверстия $h_{отв}$, избыточного давления p_1 , создаваемого пропеллером мешалки, и коэффициента сопротивления диффузора ζ .

Значение подачи Q будет зависеть от ряда геометрических параметров перемешивающего устройства ($i_1; i_2 \dots i_n$), в частности, от геометрических параметров входного и выходного отверстий перемешивающего устройства и радиуса диффузора.

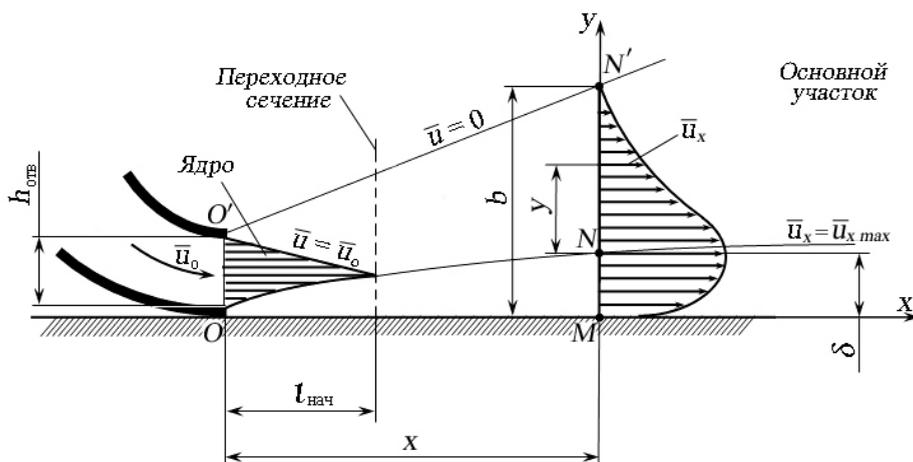


Рис. 3. Схема истечения полуограниченной затопленной струи

$h_{отв}$ — высота затопленного отверстия при истечении; \bar{u}_0 — местная скорость при истечении из отверстия (скорость в ядре); \bar{u}_x — осреднённая местная скорость в любой точке живого сечения потока; $\bar{u}_x \max$ — максимальная осреднённая скорость на границе зон пограничного слоя и свободной части затопленной полуограниченной струи; $l_{нач}$ — длина начального участка; b — высота плоской струи по сечению; δ — толщина пограничного слоя

Течение струи будем считать медленно изменяющимся, плоским (двумерным), изобарическим, при котором давление жидкости постоянно. Жидкость будем считать несжимаемой. Скорость любой частицы жидкости будем рассматривать как осреднённую местную скорость, не учитывающую пульсационные составляющие местных скоростей частиц турбулентного потока. При этих условиях применим к выделенному двумя бесконечно близкими сечениями AB и $A'B'$ часть пограничного слоя длиной Δx и шириной Δz (рис. 4) закон изменения количества движения. В силу малости величину Δz будем считать одинаковой для двух сечений и равной единице.

Приращение количества движения будет равно:

$$\rho \cdot \Delta x \cdot \left(\frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x^2 dy - \bar{u}_{x \max} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x dy \right), \quad (1)$$

где $\rho \cdot \Delta x \cdot \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x^2 dy$ — секундное изменение количества движения за счёт входа и выхода масс жидкости через две границы выделенного элемента пограничного слоя — сечений AB и $A'B'$; $\rho \cdot \Delta x \cdot \bar{u}_{x \max} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x dy$ — приращение количества движения массы жидкости, протекающей через сечение BB' .

Согласно теореме Эйлера для установившегося движения жидкости приращение количества движения в единицу времени должно равняться результирующей силе, действующей по оси OX на выделенный участок пограничного слоя.

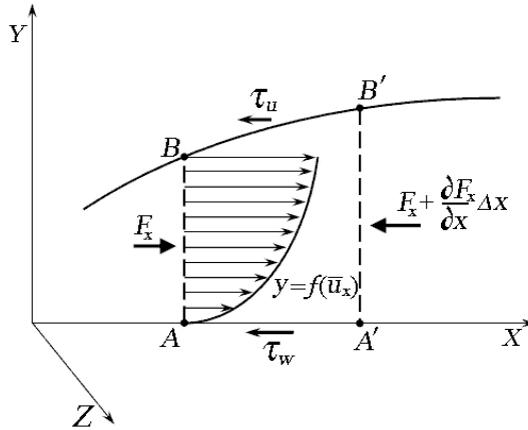


Рис. 4. Схема действия сил, приложенных к выделенному участку пограничного слоя

Результирующая сила будет складываться из разности осевых сил, приложенных к торцевым поверхностям сечений, и из разности сил трения, действующих на нижнюю и верхнюю стороны выделенного элемента (рис. 4):

$$F_x - \left(F_x + \frac{\partial F_x}{\partial x} \cdot \Delta x \right) - \tau_w \cdot \Delta x - \tau_u \cdot \Delta x, \Delta z = 1. \quad (2)$$

Приращение осевой силы $\frac{\partial F_x}{\partial x}$ есть приращение давления по оси OX :

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = \frac{\partial p_x}{\partial x} \cdot \Delta x. \quad (3)$$

Так как рассматриваемое течение является безнапорным (избыточное давление при течении жидкости со свободной поверхностью равно нулю, а сила F_x создаётся только избыточным давлением), то:

$$p_x = const, \text{ и } \frac{\partial p_x}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Пограничный слой состоит из двух частей: из основного турбулентного слоя и тонкого ламинарного подслоя, примыкающего к стенке, в котором справедлив закон трения Ньютона:

$$\tau_w = \eta \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (5)$$

где η — коэффициент динамической вязкости; τ_w — касательное напряжение на стенке.

Так как рассматривается слоистое движение жидкости с некоторой осреднённой скоростью \bar{u}_x , то касательное напряжение $\tau_u \neq const$ в пределах отрезка BB' и изменяет своё значение как по оси OX , так и по оси OY . Однако в силу малости Δx и того, что рассматривается осреднённая скорость, значениями $\frac{\partial \tau_u}{\partial x}$ и $\frac{\partial \tau_u}{\partial y}$ пренебрежём.

При турбулентном течении неньютоновской жидкости касательные напряжения представлены суммой вязкостных $\tau_{лам.}$ напряжений, соответствующих напряжениям при ламинарном течении, и касательных напряжений $\tau_{турб.}$ проявляющихся вследствие турбулентных пульсаций [3, С. 123]:

$$\tau_u = \tau_{лам.} + \tau_{турб.}$$

Касательное напряжение $\tau_{лам.}$ при ламинарном течении для неньютоновской жидкости согласно уравнению Шведова — Бингама зависит от динамической вязкости η , осреднённой скорости движения \bar{u}_x и предельного напряжения сдвига τ_0 :

$$\tau_{лам.} = \tau_0 + \eta \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y},$$

где ∂y — приращение высоты пограничного слоя затопленной струи.

Тогда касательное напряжение τ_u , возникающее на границе раздела свободной части и пограничного слоя затопленной струи, определим по формуле:

$$\tau_u = \tau_0 + \eta \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} + \tau_{турб.},$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига неньютоновской жидкости.

Касательные напряжения $\tau_{турб.}$ определим в соответствии с теорией «пути смещения» Прандтля [4, С. 67]:

$$\tau_{турб.} = \eta_T \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} = \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)^2, \quad \eta_T = \rho \cdot l^2 \cdot \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y},$$

где η_T — кажущаяся вязкость, определяемая видом течения; l — длина пути перемешивания (или смешивания) Прандтля.

Согласно гипотезе Прандтля в пограничном слое длина пути перемешивания пропорциональна расстоянию y от стенки:

$$l = c \cdot y, \quad (6)$$

где c — постоянная турбулентности, единственная эмпирическая постоянная теории свободной турбулентности Прандтля.

Постоянная турбулентности c зависит от турбулентной структуры пограничного слоя, определяется только опытным путём и, согласно опытам Прандтля и Никурадзе, $c = 0,4$ [5, С. 543].

Тогда касательное напряжение τ_u будет равно:

$$\tau_u = \tau_0 + \eta \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} + \rho \cdot c^2 \cdot y^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)^2. \quad (7)$$

Подставив выражения (3), (4), (5) и (7) в уравнение (2), и с учётом дальнейшего сокращения левой и правой части уравнения на Δx , получим уравнение внешних сил, действующих на выделенный участок пограничного слоя затопленной полограниченной струи:

$$-\eta \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)_{y=0} - \tau_0 - \eta \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} - \rho \cdot c^2 \cdot y^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)^2. \quad (8)$$

Приравнивая секундное изменение количества движения (1) результирующей силе (8), вызывающей это приращение, поделив при этом все члены уравнения на ρ , получим уравнение изменения количества движения для элемента пограничного слоя:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x^2 dy - \bar{u}_{x \max} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x dy = -\frac{\tau_0 + \tau_w}{\rho} - \nu \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} - c^2 \cdot y^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)^2, \quad (9)$$

где ν — кинематическая вязкость.

При развитом турбулентном движении, когда происходит интенсивное перемешивание в жидкости, $\tau_{\text{турб.}} \gg \tau_{\text{лам.}}$, и поэтому членом $\nu \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y}$ уравнения (9) можно пренебречь. Тогда окончательно уравнение изменения количества движения примет вид:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x^2 dy - \bar{u}_{x \max} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^\delta \bar{u}_x dy = -\frac{\tau_0 + \tau_w}{\rho} - c^2 \cdot y^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_x}{\partial y} \right)^2. \quad (10)$$

Уравнение (10) представляет собой интегральное соотношение Кармана для частного случая несжимаемой вязкой жидкости [6, С. 558].

Для применения уравнения (10) необходимо знать закон распределения скоростей по сечению пограничного слоя, толщину пограничного слоя δ и касательное напряжение на стенке τ_w , которое определим по формуле, предложенной Прандтлем [5, С. 542]:

$$\tau_w = 0,0225 \cdot \rho \cdot \bar{u}_{x \max}^{\frac{7}{4}} \cdot \left(\frac{\nu}{\delta} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (11)$$

Толщину пограничного слоя определим по формуле Шлихтинга [5, С. 52]:

$$\delta = 0,37x \left(\frac{\bar{u}_{x \max} x}{\nu} \right)^{-\frac{1}{5}} = 0,37x^{\frac{4}{5}} \cdot \frac{\nu^{\frac{1}{5}}}{\bar{u}_{x \max}^{\frac{1}{5}}}. \quad (12)$$

Закон распределения \bar{u}_x по сечению пограничного слоя для $Re < 10^6$ получил название «закона одной седьмой» [4, С. 18]:

$$\bar{u}_x = \bar{u}_{x \max} \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}}. \quad (13)$$

Решая уравнение (10) совместно с уравнениями (11), (12) и (13), получим выражение для определения минимального значения скорости $\bar{u}_{x \max}$ в зависимости от координаты x :

$$(\bar{u}_{x \max})_{\min} \geq 14,42 \cdot \sqrt[9]{\left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^5 \cdot \frac{x}{\nu}}. \quad (14)$$

Минимальное значение скорости $(\bar{u}_x \max)_{\min}$ будет определяющим для выбора миксера по параметрам подачи и мощности. Геометрические параметры перемешивающего устройства будут зависеть от геометрических параметров электродвигателя миксера и высоты его установки в конструкции устройства.

Таким образом, предложена конструкция перемешивающего устройства, позволяющая повысить эффективность функционирования при снижении энергозатрат, а также представлена математическая модель движения вязкой жидкости.

Литература

1. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. Пер. с польск. под ред. И. А. Щуплякова. Л.: Химия, 1975. 384 с.
2. Трифанов А. В., Ворожцов О. В. Устройство для перемешивания жидкого неразделённого навоза. Патент на полезную модель № 127574 от 10. 09. 2012.
3. Штеренлихт Д. В. Гидравлика. Учебник для вузов. Изд. 3-е, переработ. и доп. М.: КолосС, 2006. 656 с.
4. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. Репринтное воспроизведение издания 1960 г. М.: Эколит, 2011. 720 с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: «Наука», 1974. 712 с.
6. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. В 2 ч. Ч. 2. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Гос. изд. физико-мат. лит-ры, 1963. 728 с.

Об авторе(ах)

Ворожцов Олег Васильевич — старший преподаватель кафедры теории машин и механизмов, механико-машиностроительный факультет, Псковский государственный университет, Россия.

E-mail: voroz_oleg@mail.ru

O. V. Voroztsov

HOMOGENIZATION VISCOUS FLUID IN A CONTAINER– SETTLER EXPOSED FLOODING SEMIBOUNDED STREAM FROM FLAT HOLE

We consider the mixing of viscous fluids. The proposed design allows you to improve the functioning while reducing energy costs. A mathematical model of the motion of a viscous fluid is presented.

Key words: *viscous liquid, homogenizing liquids, a stirring device.*

About the author(s)

Voroztsov Oleg Vasilyevich, Senior Lecturer of the Department of Theory of machines and mechanisms, Faculty of Mechanical Engineering, Pskov State University, Russia.

E-mail: voroz_oleg@mail.ru