

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Рассматривается динамическая модель электрофрикционного взаимодействия. Задан электрический класс компоненты вектора состояния, для которого приведены основные математические соотношения.

Ключевые слова: контактная проводимость, компонента вектора состояния, скользящий электрический контакт, контактный элемент.

Для реализации динамической модели электрофрикционного взаимодействия (ЭФВ) необходимо определить компоненты вектора состояния [1, 2]. В данной статье уделим внимание заданию одного из основных классов компонент — электрического. Определению остальных классов: механического, теплового и химического посвятим отдельную статью.

Электрический класс компонент

Электрическое сопротивление, либо проводимость контактного элемента описывается множественной взаимосвязанной моделью, представляющей собой систему подмоделей, вступающих в действие по отдельности, либо группами в зависимости от текущих условий. Подмодели описывают различные типы проводимости через контактный элемент. В рамках обобщённой модели задаются связи между подмоделями и переключающие условия. Связи определяют суперпозицию различных подмоделей, действующих в элементе одновременно. Переключающие условия активизируют и/или отменяют конкретные подмодели для текущего вектора состояния КЭ.

Перечислим подмодели контактной проводимости: а) проводимость через поверхностные плёнки; б) проводимость через газовые промежутки; в) непосредственная проводимость; г) проводимость через продукты износа. Опишем перечисленные подмодели.

а) **Проводимость через поверхностные плёнки** имеет несколько типов, то есть данная подмодель также содержит связанное множество подмоделей со своими переключающими условиями.

Плёнки образуются в результате взаимодействия контактного материала с кислородом, серой, азотом и другими веществами и условно подразделяются на тонкие и толстые.

Адгезионные плёнки имеют толщину 9–30 Å и возникают в результате адсорбции молекул кислорода на контактной поверхности. Зависимость туннельного сопротивления от толщины пленки d практически линейна $\sigma_f = \rho_f d$, где ρ_f — линейное удельное сопротивление материала плёнки.

Поскольку туннельное сопротивление адгезионных плёнок весьма мало, то, учитывая также их чрезвычайно низкую механическую и термическую устойчивость, будем считать КЭ данного типа обладающими непосредственной проводимостью. Часто такой контакт называют квазиметаллическим. Однако, необходимо учитывать то обстоятельство, что при туннельной токопередаче эффект Колера вызывает некоторую асимметрию распределения тепла между контактирующими телами. Это происходит в связи с тем, что возникающая между анодом и катодом туннельная разность потенциалов, создаёт у поверхности катода напряжённость поля, достаточную для автоэлектронной эмиссии.

$$U_f = I\sigma_f / S, \quad (1)$$

поэтому на анодной стороне контакта возникает дополнительный источник тепла с удельной мощностью

$$P_f = \sigma_f I^2 / S, \quad (2)$$

где U_f — туннельная разность потенциалов; S — площадь контакта в элементе.

Мощность теплового источника Пельтье не учитываем, т. к. для щёточных СК она пренебрежимо мала.

Толстые плёнки (плёнки потускнения) подразделяют на окисные и сульфидные. Последние редко встречаются в УСТ, поэтому основное внимание уделим окисным плёнкам. Предельная толщина окисной плёнки является функцией времени и температуры. Так, например, для меди данная величина задается следующей эмпирической зависимостью

$$\Delta h = \sqrt{100 + t 10^{8,2 - \frac{1310}{\theta}}}. \quad (3)$$

Фриттинг плёнок потускнения происходит при напряжённости электрического поля $E \approx 10^6$ В/м. Напряжение фриттинга $U_\phi = E \cdot \Delta h$ определяем для каждого КЭ. При пробое плёнки образуется проводящий металлический мостик, что соответствует в модели изменению типа проводимости КЭ на непосредственный. Общее электрическое сопротивление плёнки при отсутствии фриттинга содержит сопротивление стягивания и собственное сопротивление, которое зависит от температуры. Сопротивление стягивания пренебрежимо мало по сравнению с собственным сопротивлением, поэтому будем учитывать в модели лишь собственное сопротивление плёнки.

Щётки УСТ производят из материалов на основе поликристаллического графита. Его электронные свойства зависят от «кажущейся» плотности, так как он пронизан большим количеством микропор, а удельное сопротивление определяют по эмпирической формуле

$$\frac{\rho_{эл}}{\rho_{эл0}} = \frac{6,2}{\rho} - 2,8, \quad (4)$$

где $\rho_{\text{эло}}$ — удельное сопротивление графита плотностью ρ_0 , г/см³. Причём, удельное сопротивление большинства марок искусственного графита понижается с повышением температуры, принимая минимальное значение в интервале 400–600 °С.

б) Проводимость через газовые промежутки.

Для введения соответствующей подмодели выделим главные эффекты, которые определяют основную долю ионно-газовой проводимости в общей проводимости контакта в соответствии с уравнением Саха [3, 4].

Проводимость равновесной плазмы, является функцией температуры. Расчёты показывают, что доля газовой составляющей в общей проводимости контакта становится заметной лишь при температурах, превышающих 4000К. Данным типом проводимости обладают лишь КЭ, расположенные в непосредственной близости от интенсивных «тепловых вспышек». Для КЭ, обладающих меньшими температурами, можно с достаточной степенью точности пренебречь газовой проводимостью без потери точности.

в) Непосредственная проводимость возникает при прямом соприкосновении микровыступов в переходном слое контактирующих микрорельефов. Кроме того, будем считать, что в результате фриттинга также возникает проводимость, аналогичная непосредственной токопередаче.

Основной составляющей переходного сопротивления скользящего электрического контакта является *сопротивление стягивания* [5–8], которое обусловлено искажением линий тока в области каждого отдельного контактного пятна шероховатых поверхностей.

Для определения переходного сопротивления в рамках вычислительных моделей ЭФВ необходимо определить математическое выражение для сопротивления стягивания отдельного контактного кластера. Поэтому выведем математические выражения, дающие топологическое и фрактальное представление о сопротивлении стягивания, а также произведём сравнение полученных результатов с известными.

В упрощённом варианте расчёта зададим одиночное круглое пятно контакта радиуса r_0 . При достаточно компактном размещении проводящих кластеров подобное объединение в рамках единой области допустимо. Для определения сопротивления стягивания окружающее полупространство разобьём на две области А и В. Область А ограничена полусферой с радиусом контактного пятна r_0 , а область В — полусферой радиуса $r_m \gg r_0$. Назовём эти области в соответствии с их размещением относительно малой «контактной» полусферы: А — «внутренней», В — «внешней».

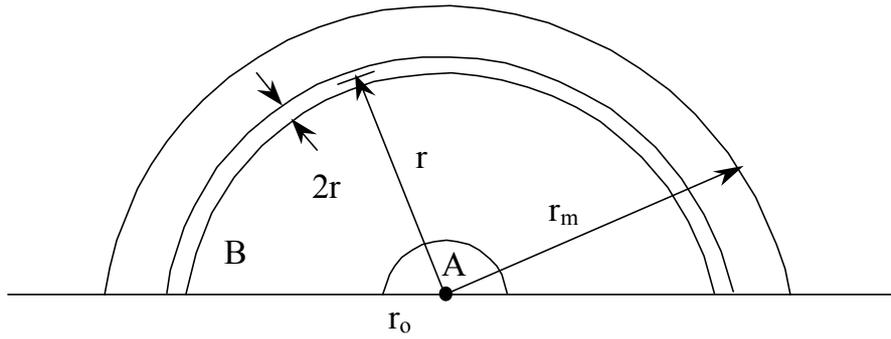


Рис. 1. К приближённому определению сопротивления стягивания круглого контактного пятна

Выделив объём, заключенный между двумя сферами с радиусами $r + dr/2$ и $r - dr/2$ в области В (рис. 1), определим сопротивление dR_B данного слоя в направлении линий тока.

$$dR_B = \rho \frac{dr}{2\pi r^2}, \quad (5)$$

Линии тока в области В направлены радиально, а указанный сферический объём ограничен эквипотенциальными поверхностями. При этом считаем, что линии тока соединяют сверхпроводящие сферы с радиусами r_0 и $r_m \gg r_0$. Тогда сопротивление R_B зоны В определится путём интегрирования предыдущей формулы

$$R_B = \frac{\rho}{2\pi} \int_{r_0}^{r_m} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_m} \right). \quad (6)$$

С учётом того, что $r_m \gg r_0$, «внешнюю» составляющую сопротивления стягивания найдём по формуле:

$$R_B = \frac{\rho}{2\pi r_0}. \quad (7)$$

«Внутреннюю» составляющую определим приближённо из соображения замены полусферы цилиндром эквивалентной высоты с такой же площадью основания и непроводящими боковыми стенками. Высоту цилиндра найдём по условию равенства объёмов полусферы и цилиндра.

$$h = \frac{2}{3} r_0; \quad R_A = \frac{\rho}{6\pi r_0}. \quad (8)$$

Тогда общее сопротивление стягивания

$$R_{cm} = R_A + R_B = \frac{2\rho}{3\pi r_0} \approx \frac{\rho}{4,71 r_0}. \quad (9)$$

Для уточнения сопротивления стягивания вычислим «внутреннее» сопротивление (полусфера А) путём интегрирования проводимостей элементарных кольцеобразных областей, изображённых на рис. 2.

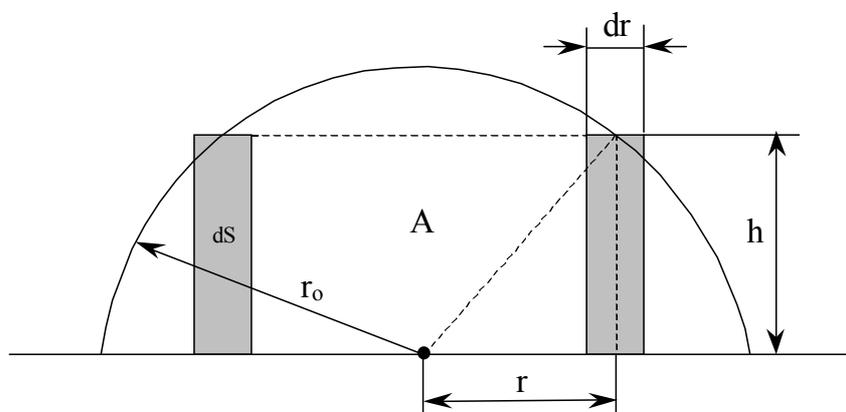


Рис. 2. К уточнению сопротивления стягивания

Проводимость кольцеобразной области dr равна:

$$G_h = \frac{dS}{\rho \sqrt{r_o^2 - r^2}}, \quad (10)$$

где $dS = 2\pi \cdot r \cdot dr$ — площадь горизонтального сечения.

Проводимость сферы А определим следующим образом:

$$G_A = \int_0^{r_o} \frac{2\pi r}{\rho \sqrt{r_o^2 - r^2}} dr. \quad (11)$$

После интегрирования в заданных пределах и перехода к обратной величине, получим выражение для сопротивления зоны А.

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi r_o}. \quad (12)$$

Тогда сопротивление стягивания определим как сумму:

$$R_{cm} = R_A + R_B = \frac{\rho}{\pi r_o}. \quad (13)$$

В первом варианте расчёта получаем заниженное значение, а во втором — завышенное по сравнению с классическими формулами.

Наиболее правильный результат получим при интегрировании проводимости по всему объёму полупространства. Для этого выделим в зоне В элементарные области, представляющие собой разность объёмов двух урезанных конусов с углами при вершинах: 2α и $2(\alpha + d\alpha)$ (см. рис. 3).

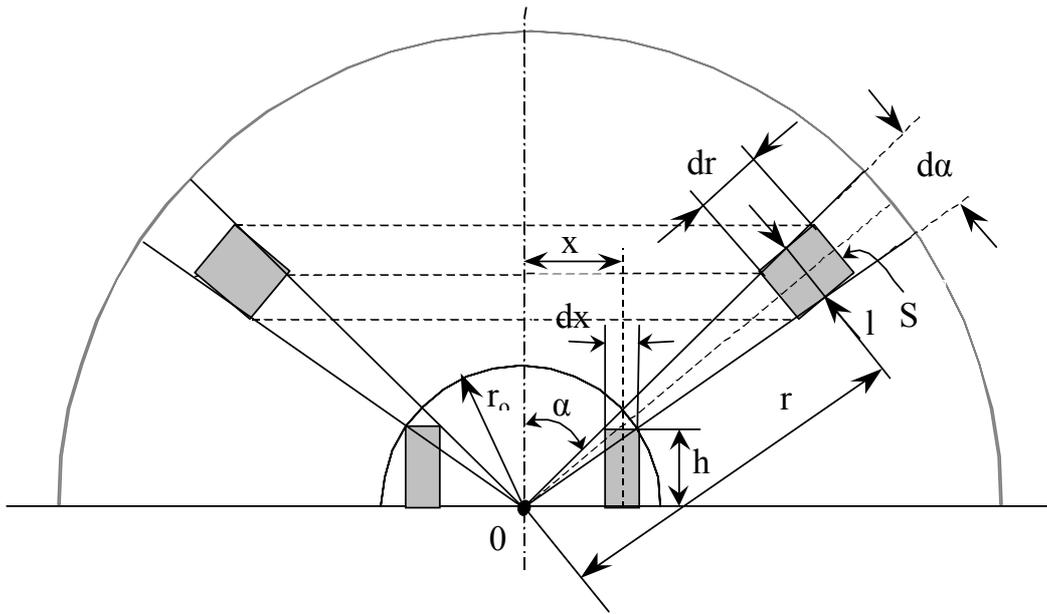


Рис. 3. К уточнению сопротивления стягивания

Проводимость кольцеобразного объема dx равна

$$dG_x = \frac{2\pi x dx}{\rho \sqrt{x_o^2 - x^2}}. \quad (14)$$

Для зоны В площадь S и ширина ℓ кольцевого объема dr :

$$S = 2\pi r^2 \sin \alpha \, d\alpha; \quad \ell = r d\alpha.$$

Тогда сопротивление объёма вращения угла $d\alpha$ в области В:

$$dR_B = \frac{\rho}{2\pi \sin \alpha \, d\alpha} \int_{r_o}^{r_m} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{2\pi \sin \alpha \, d\alpha} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_m} \right). \quad (15)$$

Приращение dx и координату x выразим через угол α :

$$dx = r_o \left(\sin \alpha + \frac{d\alpha}{2} \cos \alpha \right) d\alpha = r_o \sin \alpha \, d\alpha; \quad (16)$$

$$r = r_o \sin \alpha. \quad (17)$$

$$dR_A = \frac{\rho \cos \alpha}{2\pi r_o \sin^2 \alpha \, d\alpha}. \quad (18)$$

Сопротивление элемента стягивания найдём как сумму сопротивлений элементов областей А и В.

$$dR_{cm}(\alpha) = \frac{\rho \cos \alpha}{2\pi r_o \sin^2 \alpha \, d\alpha} + \frac{\rho}{2\pi \sin \alpha \, d\alpha} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_m} \right). \quad (19)$$

После преобразований и упрощений получим:

$$dR_{cm}(\alpha) = \frac{\rho}{2\pi \sin \alpha d\alpha} \left[\frac{1}{r_o} (1 + ctg\alpha) - \frac{1}{r_m} \right]. \quad (20)$$

При условии $r_m \gg r_o$ выражение упрощается.

$$dR_{cm}(\alpha) = \frac{\rho(1 + ctg\alpha)}{2\pi r_o \sin \alpha d\alpha}. \quad (21)$$

Интегрирование проводимости элементарного объёма $dG_{ст}$ осуществляем в пределах, дающих полный охват рассматриваемого полупространства:

$$G_{cm} = \int_0^{\pi/2} \frac{2\pi r_o \sin \alpha}{\rho(1 + ctg\alpha)} d\alpha, \quad (22)$$

$$G_{cm} = \frac{\pi r_o}{\rho \sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \right), \quad (23)$$

$$G_{cm} = \frac{r_o}{\rho} \cdot 3,916, \quad (24)$$

Тогда общее сопротивление стягивания приближенно равно

$$R_{cm} \approx \frac{\rho}{3,916 r_o}. \quad (25)$$

Точная формула имеет следующий вид:

$$R_{cm} = \frac{\rho}{r_o} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \ln^{-1} \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \right). \quad (26)$$

До сих пор речь шла о сопротивлении сплошного пятна контакта. Однако в действительности практически всегда контактное пятно представляет собой фрактальный кластер дробной размерности с неидеальными границами [8]. В этом случае следует учитывать плотность упаковки элементов кластера $\rho_{кл}$ и его фрактальную размерность D при определении сопротивления стягивания. Размерность D не зависит от формы кластера, или от того, является ли упаковка составляющих его мономеров плотной, случайной или скважистой. Фрактальная размерность плоского кластера всегда меньше двух, т. е. меньше величины топологической размерности пространства. Плотность упаковки зависит от формы мономеров. Так, для плотно упакованных сфер она составляет $\frac{\pi}{3\sqrt{2}} = 0,7405$, а при случайной упаковке снижается до 0,637. Для покрытия плоского кластера квадратами, а трёхмерного кубами, можно считать, что при неограниченном уменьшении мономеров плотность упаковки стремится к единице. Если размер элемента r , а характеристический размер кластера $r_{кл}$, то запишем [8]:

$$N = \rho_{\text{кл}} \left(\frac{r_{\text{кл}}}{r} \right)^D, \quad (27)$$

в пределе, при $\rho_{\text{кл}} \rightarrow 1$, $N = \left(\frac{r_{\text{кл}}}{r} \right)^D$, откуда

$$D = \frac{\lg N}{\lg r_{\text{кл}} - \lg r}, \quad (28)$$

В качестве параметра размера кластера используют радиус гирации. Он вводится соотношением $R_g = (\langle R^2 \rangle)^{1/2}$, где R — расстояние от рассматриваемой точки кластера до его центра масс, угловые скобки означают усреднение по распределению частиц в кластере.

Полное сопротивление в случае одинаковых ρ полупространств определится следующим выражением

$$R_{\text{см}} = \frac{\rho}{1,96 \cdot r_0} \approx \frac{\rho}{2r_0}. \quad (29)$$

Для пространственной характеристики кластеров вместо топологической размерности используют дробную фрактальную размерность. Поэтому величина сопротивления стягивания кластера зависит его фрактальной размерности. С учётом вышесказанного запишем формулу сопротивления стягивания для объектов дробной размерности в следующем виде:

$$R_{\text{ст кл}} = R_{\text{ст}}(r_{\text{кл}} \cdot D_{\text{ф}}), \quad (30)$$

где $R_{\text{ст кл}}$ — сопротивление стягивания фрактального кластера; $R_{\text{ст}}(r_{\text{кл}})$ — сопротивление стягивания круга с радиусом, равным характеристическому размеру кластера $r_{\text{кл}}$ (для трехмерного пространства $R_{\text{ст}}(r_{\text{кл}}) = \frac{\rho}{2 \cdot r_{\text{кл}}}$,

$R_{\text{ст кл}} = \frac{\rho}{2 \cdot r_{\text{кл}} \cdot D_{\text{ф}}}$); $D_{\text{ф}}$ — фрактальная размерность кластера.

г) **Проводимость через продукты износа** введём в модель с учётом вышесказанного следующим образом. При наличии данных о размере частицы и удельной проводимости её материала, определим её как добавочное электрическое сопротивление в цепи КЭ. Если частица перекрывает несколько КЭ, то для упрощения представим её в виде конгломерата нескольких отдельных равных частиц. Проводимостью частиц, состоящих из оксидов, пренебрегаем.

Выводы

Таким образом, определены основные соотношения, касающиеся электрического класса компонент вектора состояния, необходимые для осуществления вычислительных процедур имитационной модели ЭФВ.

Литература

1. Плохов И. В. Комплексная диагностика и прогнозирование технического состояния узлов скользящего токосъёма турбогенераторов. Диссертация д-ра. техн. наук. С.- Петербург, СПбГПУ, 2002.
2. Плохов И. В. Модель динамики токопередачи через скользящий контакт Электротехника. № 2. 2005. С. 28–33.
3. Райзер Ю. П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука. 1980.
4. Ховатсон А. М. Введение в теорию газового разряда / Пер. с англ. И. И. Иванчика М.: Атомиздат. 1980.
5. Кончиц В. В., Мешков В. В., Мышкин В. В. Триботехника электрических контактов. Минск: Наука и техника. 1986.
6. Реутт Е. К., Саксонов И. Н. Электрические контакты. М.: Воениздат. 1971. 126 с.
7. Мерл В. Электрический контакт. М.-Л.: Госэнергоиздат. 1962.
8. Greenwood J. A. Constriction resistance and the real area of contact. British Journal of Appl. Physics. 1966. V. 17. P. 1621–1631.

Об авторах

Плохов Игорь Владимирович — заведующий кафедрой «Электропривод и системы автоматизации» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, д-р техн. наук, профессор.

E-mail: igor_plohov@list.ru

Ильин Александр Викторович — старший преподаватель кафедры «Электропривод и системы автоматизации» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, аспирант.

E-mail: al.ilyin@yandex.ru

Козырева Оксана Игоревна — старший лаборант кафедры «Электропривод и системы автоматизации» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, аспирант.

E-mail: ks_33n@rambler.ru

I. V. Plohov, A. V. Iliin, O. I. Kozyreva

DETERMINATION ELECTRICAL GROUP COMPONENT OF STATE VECTOR DYNAMIC SIMULATOR OF ELECTRO FRICTION ENGAGEMENT

Dynamic simulator of electro friction engagement is considered. Electrical component of state vector of contact element are defined for which the basic equations are given.

Keywords: contact conduction, component of state vector, slide electric contact, contact element, dynamic simulator.