

КОНСТРУИРОВАНИЕ ОТКРЫТЫХ ЗАДАНИЙ И СПОСОБЫ ИЗМЕНЕНИЯ ИХ СТЕПЕНИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В РАМКАХ КУРСА ПО ВЫБОРУ ДЛЯ СТУДЕНТОВ «ПРИНЦИП СИММЕТРИИ И ЕГО УНИВЕРСАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ»

Обоснована необходимость развития у студентов интеллектуально-творческой деятельности в процессе изучения математики. В качестве одного из средств развития такой деятельности предлагаются открытые задания. Раскрываются понятие открытого задания и предъявляемые к нему требования. Выделены направления изменения степени неопределенности открытых заданий. Приведены примеры открытых заданий, разработанных для курса по выбору «Принцип симметрии и его универсальное значение». Предложены рекомендации по составлению открытых заданий по любой дисциплине.

Ключевые слова: интеллектуально-творческая деятельность, открытые задания, степень неопределенности открытого задания.

Одним из важных направлений в модернизации образования сегодня является преодоление репродуктивного стиля обучения и переход к такой системе обучения, которая бы могла обеспечить познавательную активность и самостоятельность мышления. В связи с этим возникает острая необходимость формирования у обучаемых такой деятельности, которая позволяла бы им полноценно сосуществовать с окружающей средой, а также творчески реализовывать себя в ней на основе своего внутреннего потенциала. Такую деятельность можно назвать интеллектуально-творческой (ИТД). Вслед за С. С. Бакулевской под интеллектуально-творческой деятельностью мы понимаем «особую форму активного взаимодействия субъекта с окружающей действительностью, направленную на познание, осознание и преобразование последней и самого себя, включая способность к развитию деятельности» [1].

Одним из средств развития интеллектуально-творческой деятельности могут быть специально созданные открытые задания. Под открытыми заданиями мы понимаем такие задания, которые имеют несколько вариантов решения, предполагают возможность уникальных ответов или позволяют обучаемым самостоятельно открывать неизвестные им факты, а также учитывают их индивидуальные возможности.

Цель таких заданий — максимально вовлечь школьников или студентов в творческую познавательную деятельность. Для достижения этого необходимо, чтобы открытые задания удовлетворяли ряду требований:

1. *Наличие смыслового контекста.* Наличие смыслового контекста в задании связано с тем, как воспринимает это задание обучаемый: как значимое, имеющее для него самую ценность, или как незначимое, неценное.

2. *Проблемность.* Наличие противоречия между содержанием задания и имеющимся опытом.

3. *Неопределённость.* Неопределённость задания может выражаться в таких характеристиках, как открытость условия и многовариантность решения. Открытость

условия означает отсутствие однозначных критериев правильности действий (отсутствии однозначного алгоритма выполнения задания) или возможность самостоятельно открыть какой-либо факт, правило и т. д. Многовариантность решения задания представляется особенно значимой, т. к. задания, имеющие несколько вариантов решения, обладают большей открытостью, чем задания с единственным решением. Наибольшей степенью открытости обладают такие задания, ответы на которые могут быть оригинальными практически у каждого учащегося.

4. *Доступность.* Определяется посильностью для обучаемых. Для преподавателя возможность решения задания студентом имеет принципиальное значение. Если студент не сможет решить предлагаемые задания, то о поддержке становления творческой деятельности не может быть и речи. К тому же неудачи в решении заданий отрицательно влияют на внутреннюю мотивацию деятельности.

5. *Связь с курсом математики.* Задание должно способствовать расширению математических знаний.

6. *Интегративность.* Интегративность задания определяет связь его содержания с различными отраслями науки, производства и искусства.

Интегративный характер открытого задания создаёт большие возможности для развития ИТД. Ведь открытое задание зачастую содержит в себе некоторую проблему, скрытую в его формулировке, развитие которой и может быть условием изменения степени неопределённости задания. Поэтому важным на первом этапе является выделение ключевой проблемы, которую преподаватель хочет заложить в задание. Затем можно подойти к рассмотрению выделенной проблемы с различных точек зрения: интеллектуальной и творческой и посмотреть, какого рода открытые задания с разной степенью неопределённости можно сформулировать, чтобы оптимально способствовать развитию интеллектуальной активности студентов. Как правило, в традиционной методике, изменение степени неопределённости задания было связано только с заложенными в нём возможностями проявления интеллектуальных способностей. Эти возможности мы будем в дальнейшем называть интеллектуальным потенциалом задания. При этом в меньшей степени учитывались возможности проявления творческого потенциала, т.е. творческий потенциал задания. Поэтому условно можно выделить два направления изменения степени неопределённости задания.

1) *Расширение интеллектуального потенциала задания.*

Как правило, любое задание имеет определенную структуру — объекты и их свойства, условие и заключение. В связи с этим возможны следующие способы изменения интеллектуального потенциала задания:

— изменение условия задания (добавление или удаление объектов в условии задания; изменение свойств объектов);

— варьирование содержания заключения задания или его развитие.

2) *Расширение творческого потенциала задания.*

Творческий потенциал задания в наибольшей степени позволяет студентам создавать уникальные образовательные продукты. Его наличие в задании может выражаться, например, в таких формулировках, как «придумать», «нарисовать», «создать образ» и т. д.

Кроме указанных направлений, можно выделить еще одно направление в формулировке заданий разной степени неопределённости, не обязательно связанное с развитием какой-то одной задачи. Оно состоит в подборе различных заданий разной

степени неопределенности, но связанных между собой ключевой проблемой, которая лежит в их основе.

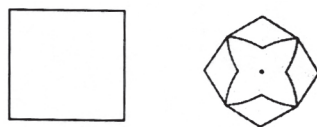
Рассмотрим примеры серий открытых заданий различной степени неопределенности, предлагаемых студентам физико-математического факультета на курсе по выбору «Принцип симметрии и его универсальное значение».

Задание 1.

1) Нарисуйте фигуры того же класса симметрии, что и класс симметрии квадрата.

Дополнительные задания

а) На рисунке 1 изображены квадрат и фигура, обладающая симметрией квадрата. Нарисуйте еще несколько фигур, обладающих симметрией квадрата.



б) Среди фигур, изображенных на рисунке 2, выберите те, которые обладают симметрией квадрата.

Рис. 1

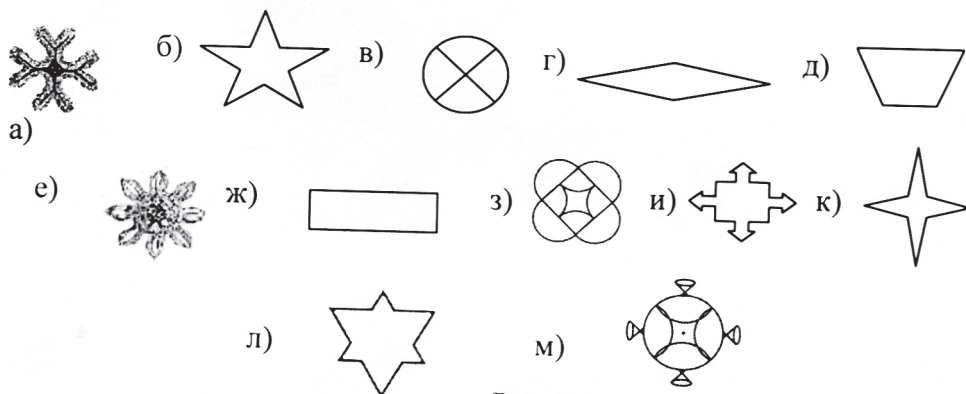


Рис. 2

2) Разработайте алгоритм изображения фигуры, которая обладает симметрией квадрата.

Ключевая проблема этого задания — изображение фигур, обладающих симметрией квадрата, для решения которой и были сформулированы несколько заданий с изменением степени неопределенности, в основе которых заложен прием обобщения задачи. Здесь степень неопределенности повышается от первого задания ко второму, причем первое задание включает в себе творческий потенциал, второе — в большей степени интеллектуальный. Первое задание может вызвать затруднения. В этом случае можно предложить дополнительное задание а) в котором степень неопределенности уменьшается. Если и на этой задаче возникнут трудности, можно предложить задание б) которое имеет определенный характер, и попросить придумать свою фигуру. В то же время задание б) подготавливает к следующему заданию на поиск алгоритма, в котором можно проанализировать все найденные фигуры в предыдущих заданиях. Один из алгоритмов может быть следующим: 1) изобразить фигуру, имеющую ось симметрии; 2) выбрать произвольную точку O ; 3) произвести поворот фигуры вокруг точки O на 90° четыре раза.

Задание 2.

1) Изобразите как можно больше фигур, обладающих одним центром симметрии.

2) *Выясните, может ли фигура иметь больше, чем один центр симметрии. Сделайте выводы. Обратите внимание на то, всегда ли геометрическая фигура является замкнутой?*

3) *Придумайте как можно больше объектов, имеющих бесконечно много центров симметрии.*

Ключевая проблема задания — количество центров симметрии у фигур. Первое и последнее задания используют творческий потенциал, причём последнее является более неопределённым, чем первое, так как на занятиях по геометрии студенты больше всего сталкиваются именно с замкнутыми фигурами, которые, если имеют, то один центр симметрии. В то время как бесконечно много центров симметрии могут иметь бесконечные фигуры (например, две параллельные прямые, синусоида, определённые виды бордюров и т. д.). Самая большая степень неопределённости (не с точки зрения ответа, а с точки зрения поиска решения) у второго задания, в котором заложен интеллектуальный потенциал. Если студенты не могут прийти к правильному решению собственными усилиями, предлагается дополнительный вопрос, направляющий на правильное решение.

Задание 3.

В школьных учебниках по геометрии встречается известная задача на применение осевой симметрии:

Для снабжения водой двух селений A и B , расположенных по одну сторону канала, требуется на его берегу построить водонапорную башню. Где нужно построить башню, чтобы общая длина труб от башни до обоих селений была наименьшей?

Эту задачу также можно развить и предложить серию задач с постепенным повышением степени неопределённости.

1) *Для снабжения водой двух селений A и B , расположенных по одну сторону канала, требуется на его берегу построить водонапорную башню. Где нужно построить башню?*

2) *Луч света отражается от плоского зеркала под углом, равным углу падения. Как нужно направить луч света из некоторой точки A , чтобы он, отразившись от зеркала, прошёл через заданную точку B .*

3) *Два железнодорожных пути AB и BC и одна шоссейная дорога AC расположены так, как показано на Рисунке 3. Возле железнодорожных путей планируется строительство двух торговых баз (по одной на каждом пути) и дорог, соединяющих их между собой и с городом K , расположенным на шоссейной дороге. Где построить эти базы, чтобы соединяющая их и город K замкнутая дорога имела наименьшую длину?*

4) *Схема расположения трех городов A , B , и C , находящихся между железнодорожными линиями l_1 и l_2 , изображена на Рисунке 4. Эти города должны быть соединены замкнутой дорогой кратчайшей длины с выходом её на железнодорожные линии l_1 и l_2 . Начертите эту дорогу.*

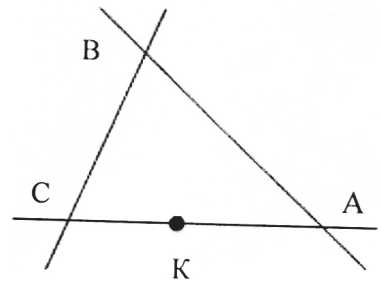


Рис. 3

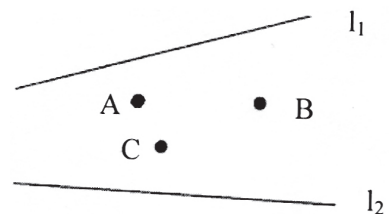


Рис. 4

5) *Придумать свою задачу.*

(Задачи 1–4 из предложенной серии, а также решения к ним приведены в книге [2]).

В данном случае повышение неопределённости происходит за счёт изменения условия задачи (используется интеллектуальный потенциал). Заключение одно и то же — найти кратчайшее расстояние, это и есть ключевой вопрос всей серии задач. В условии первой задачи требование наименьшего удаления башни от населенных пунктов явно не сообщается (с целью увеличения открытости задания), оно должно явиться результатом рационального подхода к выбору места под водонапорную башню: затрата времени и материалов на строительство водосистемы должна быть минимальной. Первые четыре задачи предполагают получение однозначного ответа. Однако последовательное решение этих задач от простого к сложному, объединенных одной идеей позволяет самостоятельно находить решение. Последнее задание самой высокой степени неопределенности использует как творческий, так и интеллектуальный потенциалы студентов.

Задание 4.

1) *Сколько существует способов проведения прямой, делящей квадрат на две равные части? Каким свойством обладает прямая, делящая квадрат пополам? Какие ещё фигуры можно разбить прямой на две равные части аналогично квадрату? Каким свойством обладают данные фигуры?*

2) *Сколько существует способов проведения прямой, делящей правильный треугольник (пятиугольник, семиугольник) на две равные части? Объясните, почему не может быть ответ: бесконечно много. Каким свойством обладают фигуры, которые невозможно разделить прямой на две равные части?*

3) *На площадке, имеющей форму параллелограмма, размещен участок квадратной формы. Как провести прямую, которая разобьет одновременно и площадку и участок на две равные части? В каком случае задача имеет бесчисленное множество решений?*

4) *На земельном участке в форме правильного пятиугольника разбит сад, имеющий форму круга. Как провести прямую, которая одновременно разбивает участок и сад на две равные части?*

5) *Придумать свою задачу.*

Ключевой вопрос данной серии заданий — способы деления геометрических фигур пополам. В процессе выполнения данных заданий студенты знакомятся со свойствами фигур, которые можно разделить пополам бесконечным числом способов, конечным числом способов, и которые нельзя разделить пополам. Если фигура имеет центр симметрии (параллелограмм, окружность, любой правильный многоугольник с четным числом сторон), то любая прямая, проходящая через центр симметрии фигуры, разделит его пополам. Если фигура представляет собой правильный многоугольник с нечетным числом сторон (не имеет центра симметрии), то любая прямая, которая совпадает с осью симметрии этой фигуры, разделит ее пополам. Если фигура не имеет элементов симметрии, то ее невозможно разделить на две равные части. Степень неопределенности заданий повышается. Отправным пунктом при составлении серии заданий послужило задание 3 [2, с. 26]. Так как данное задание может вызвать затруднения, были составлены задания 1 и 2, которые позволяют получить основные теоретические положения, позволяющие решить задание 3. Задания 4 и 5 служат дальнейшим развитием задачи № 3.

Задание 5.

1) Придумать способ построения правильного пятиугольника, вписанного в окружность.

2) Найдите способ построения правильной пятиконечной звезды с помощью правильного пятиугольника. Как можно построить бесчисленное множество пятиконечных звёзд на основе пентаграммы (звездчатый пятиугольник, вписанный в правильный выпуклый пятиугольник)?

3) Пользуясь тем свойством пентаграммы, что точки пересечения диагоналей делят их в отношении золотой пропорции, а также способом деления отрезка в отношении золотой пропорции, найдите способ построения правильного пятиугольника с помощью циркуля и линейки а) по заданной стороне; б) по заданной диагонали.

4) На орнаментальном панно дворца термезских правителей (XII в.) можно увидеть правильный звездчатый пятиугольник, вписанный в полуокружность (Рис. 5). Разделив полуокружность на пять равных частей, постройте этот пятиугольник.

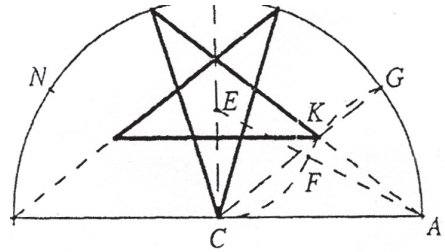


Рис. 5

Дополнительные задания к пункту 4)

а) Найдите способ деления полуокружности на 5 равных частей.

б) Найдите длину правильного десятиугольника, вписанного в окружность, если радиус окружности равен 2.

Ключевая проблема данной серии заданий — построение с помощью циркуля и линейки правильного пятиугольника и правильной пятиконечной звезды, вписанной в правильный пятиугольник и полуокружность, причем четвертое задание выводит студентов на способ построения правильного десятиугольника и его свойства. Предполагаемый ответ на первое задание: использовать транспортир, последовательно от произвольного радиуса вокруг центра окружности отложить пять раз угол, равный 72° . Степень неопределённости заданий повышается за счет изменения интеллектуального потенциала заданий.

В данном случае формулировка заданий разной степени неопределённости происходит как за счет развития одной задачи (например, задания 1) и 3) с повышением степени неопределённости или задание 4) с понижением степени неопределённости), так, и за счёт формулировки различных заданий, которые так или иначе связаны с правильным пятиугольником (интеграция знаний).

Открытые задания можно составлять по любой дисциплине. При их конструировании можно следовать следующей последовательности действий:

1. Выбрать понятие (закон, свойство), которое необходимо изучить.
2. Выявить различные взаимосвязи данного понятия как внутри предмета, так и вне его. Посмотреть, как оно проявляет себя в окружающей жизни.
3. Выбрать тот объект, который позволит открыть (изучить, исследовать) необходимое понятие. В качестве такого объекта могут быть конкретные реальные объекты, фундаментальные понятия, частнопредметные понятия, правила или закономерности и т. д.
4. Выбрать методы, с помощью которых предполагается выполнение открытого задания учащимся. Методы могут быть направлены на формирование в большей сте-

пени познавательной деятельности (выдвинуть гипотезу, предложить способ, найти закономерность, составить таблицу, предложить алгоритм и т. д.), или творческой деятельности (придумать, нарисовать, создать образ и т. д.) или организационной (поставить цели, составить план, провести самоанализ и т. д.). Определить форму конечного продукта.

5. Сформулировать задание в доступной форме.

Подводя итог сказанному, можно сказать, что формированию ИТД, востребованной современным обществом, могут способствовать специально конструируемые открытые задания, а также их серии, построенные по принципу изменения степени неопределенности на базе интеграции математического содержания.

Литература

1. Бакулевская С. С. Становление интеллектуально-творческой деятельности старшеклассника в процессе решения эвристических задач. Автореф. дисс. на соиск. учёной степени кандидата пед. наук. Волгоград, 2001.
2. Варданян С. С. Задачи по планиметрии с практическим содержанием: Кн. для учащихся 6–8 кл. сред. шк. / Под ред. В. А. Гусева. М.: Просвещение, 1989. 144 с.

S. Lebedeva

OPEN TASKS CONSTRUCTING AND METHODS OF CHANGING THEIR DEGREE OF UNCERTAINTY WITHIN THE FRAMEWORK OF COURSE ON A CHOICE FOR STUDENTS «PRINCIPLE OF SYMMETRY AND ITS UNIVERSAL VALUE»

The necessity of developing students' intellectually-creative activity in the process of mathematics study has been grounded. Open tasks are suggested to be one of the ways to develop such activity. The concept of open task and suitable requirements are formulated. Change directions of degree of open tasks uncertainty are distinguished. Open tasks examples worked out for an elective course "Principle of Symmetry and its Universal Value" are offered. Recommendations on drafting open tasks on any discipline have been suggested.

Keywords: *intellectually-creative activity, open tasks, degree of vagueness of open task.*