Фертикова Е.И.

РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

Математика, как известно, наука доказательная, или дедуктивная (от лат. deductio- выведение). Однако это только одна из ее сторон. Изложенная в законченной форме, математика выглядит как чисто дедуктивная, состоящая только из доказательств. Но прежде чем провести доказательство во всех деталях, мы должны догадаться об идее, лежащей в его основе, должны сопоставить наблюдения и следовать аналогиям. Результат творческой работы математика – доказательное рассуждение, доказательство. Но доказательство открывается с помощью правдоподобного рассуждения, с помощью догадки. Два типа рассуждений - доказательное и правдоподобное - дополняют друг друга [2]. И так как в решении любой задачи присутствует крупица открытия, то в нем должно найтись место для догадки, для правдоподобного умозаключения. При решении задач, кроме знаний из соответствующего раздела школьной математики, понадобится наблюдательность, умение сравнивать, проводить аналогии, обобщать, делать выводы и обосновывать их. Поэтому об актуальности проблемы развития логического мышления школьников можно говорить в различных аспектах.

Во-первых, проблема развития логического мышления должна иметь свое отражение в курсе геометрии в силу недостаточности подготовки учащихся в этой части, большого числа логических ошибок, допускаемых учащимися в усваиваемом содержании школьного курса геометрии, где предъявляются наиболее высокие требования к логической организации материала по сравнению с другими школьными предметами. Во-вторых, необходимо четко поставить, сформулировать проблему из-за того, что разные авторы под развитием логического мышления подразумевают различные задачи. В статьях – рекомендациях поднимаются отдельные аспекты общей задачи развития логического мышления. Есть необходимость в целом сформулировать проблему. Существуют различные трактовки терминов «логика мышления», «логическое мышление». В педагогике и методике преподавания математики эти понятия понимаются как обеспечение связей в мыслях. Такое понимание охватывает и логику поиска нового знания (диалектическую логику), и логику оформления имеющегося знания, и логику здравого смысла. Также имеет место смешение элементарных психологических операций процесса мышления и логических форм. Нередко к логическим операциям относят элементарные операции мышления: анализ, синтез, сравнение и т.д. Кроме того, часто понятия диалектическое и логическое мышление четко не разделяются. В данном изложении принята точка зрения на логическое мышление как отличное от диалектического, творческого мышления поиска нового знания. В реальном процессе мышления творческое и логическое мышление тесно переплетены, взаимопроникают, но не тождественны. В целях изучения проблемы развития логического мышления эти два понятии целесообразно разделить. Тогда логическое мышление – это мышление, проходящее в рамках формальной логики, отвечающее ее требованиям. Согласно законам и правилам формальной логики нельзя вывести из посылок ничего такого, что не было бы в этих посылках заключено. Эта мысль содержится в словах английского философа Д. Люка о том, что силлогизм в лучшем случае есть лишь искусство вести борьбу при помощи того небольшого знания, какое у нас есть, не прибавляя к нему ничего. Известные математики, изучавшие процесс открытия нового знания (Ж. Адамар, А. Пуанкаре), психологи, изучавшие процесс мышления (Я.А. Пономарев, А.Ф. Эсаулов и др.), разделяют творческое и логическое мышление. Логические рассуждения предполагают отсутствие скачка мысли, пропуска отдельных звеньев в рассуждении и всего рассуждения, т.е. озарения, инсайта, интуиции.

Задача развития логического мышления ставится и определенным образом решается в массовой школе. Во всех школьных программах по математике развитие логического мышления отмечено как одна из целей обучения предмету. Но программы по математике пока не содержат расшифровки этой цели. Поэтому каждый учитель понимает и решает ее по-своему.

Необходимо осознать проблему развития логического мышления во всей широте и многогранности и уметь ее реализовать в обычном учебном процессе, не привлекая дополнительного содержания, лишь расставляя в обычном учебном материале определенные акценты. Выработка умений учащихся логически мыслить протекает быстрее, если обучение определенным образом организовано, если осознаются отдельные логические формы. С осознанием отдельных логических форм человек начинает более четко мыслить и выражать свои мысли в речи. Существующее положение дел в усвоении норм логического мышления не может считаться удовлетворительным в массовой школе. Многие учащиеся, выпускники школ допускают многочисленные логические ошибки при определении понятий, их классификации, путают прямую и обратную теоремы, свойства и признаки понятий, не умеют подводить под определение, не умеют строить отрицание высказываний. Учащиеся путают определение, признак, свойство понятия. Вместо признака, требуемого при решении задачи, приводится определение или свойство, а вместо определения – признак и т.д. Многочисленные ошибки наблюдаются и при установлении связи между понятиями, при классификации понятий, при выяснении которых одна из теорем является следствием другой [1].

Учить логически мыслить можно через любую науку, любой школьный предмет. Но на школьную математику ложится самая большая нагрузка. Наличие многошаговых доказательств – одно из проявлений специфики математики – науки и школьного предмета

Особую актуальность проблема развития логического мышления приобретает в связи с реализацией идей гуманизации школьного математического образования. Рассмотрим великие источники открытия: обобщение, специализацию и аналогию. Обобщение есть переход от рассмотрения данного множества предметов к рассмотрению большого множества, содержащего данное. Например, мы обобщаем, когда переходим от рассмотрения треугольников к рассмотрению многоугольников с произвольным числом сторон. Можно заметить, что при переходе от треугольников к многоугольникам с n сторонами мы заменяем постоянную величину переменной, фиксированное число 3 произвольным числом n (ограниченным только неравенством $n \geq 3$). Мы часто обобщаем, переходя от одного лишь предмета к целому классу, содержащему этот предмет.

Специализация есть переход от данного множества предметов к рассмотрению меньшего множества, содержащегося в данном. Например, мы специализируем, когда переходим от рассмотрения многоугольников к рассмотрению правильных многоугольников. Мы специализируем и при переходе от правильных многоугольников с n сторонами к правильному, т.е. равностороннему треугольнику. Эти два последовательных перехода осуществлялись в двух различных направлениях. В первом переходе, от многоугольников к правильным многоугольникам, мы ввели ограничение, а именно потребовали, чтобы все стороны и все углы многоугольника были равны. Во втором переходе мы заменили переменный предмет конкретным, поставили число 3 вместо переменного целого числа n. Очень часто мы производим специализацию, переходя от целого класса предметов к одному предмету, содержащемуся в данном классе.

Аналогия есть некоторого рода сходство на более определенном и выраженном с помощью понятий уровне. Существенное различие между аналогией и другими видами сходства заключается в намерениях думающего. Сходные предметы согласуются между собой в каком-то отношении. Если мы сводим это отношение, в котором они согласуются, к определенным понятиям, то мы рассматриваем эти сходные предметы как аналогичные. Две системы аналогичны, если они согласуются в ясно определенных отношениях соответствующих частей. Например, треугольник на плоскости аналогичен тетраэдру в пространстве. На плоскости 2 прямые линии не могут образовать ограниченную фигуру, а 3 могут образовать треугольник. В пространстве 3 плоскости не могут образовать тело, а 4 могут образовать тетраэдр. Отношение треугольника к плоскости такое же, как отношение тетраэдра к пространству, поскольку треугольник и тетраэдр ограничены минимальным числом простых ограничивающих элементов. Отсюда возникает аналогия. Пропорциональность, или согласованность, отношений соответствующих частей, которую мы интуитивно видим в геометрически подобных фигурах, является наводящим на размышления случаем аналогии. Всегда желательно предугадать результат или, по крайней мере, некоторые его черты с той или иной степенью правдоподобия. Такие правдоподобные догадки часто основываются на аналогии. Так, пусть известно, что центр тяжести однородного треугольника совпадает с центром тяжести трех его вершин (трех материальных точек одинаковой массы, помещенных в трех вершинах треугольника). Зная это, мы можем предположить, что центр тяжести однородного тетраэдра совпадает с центром тяжести его четырех вершин. Такая догадка есть «заключение по аналогии». Зная, что треугольник и тетраэдр похожи друг на друга во многих отношениях, мы высказываем догадку, что они похожи друг на друга еще в одном отношении. Из правдоподобия таких догадок нельзя выводить их истинность, но было бы так же нелепо пренебрегать этими правдоподобными предположениями. Заключения по аналогии есть самый обычный вид рассуждения, возможно и самый важный. Оно приводит нас к более или менее правдоподобным предположениям, которые могут подтвердиться опытом или более строгими рассуждениями. Заключение на основании аналогии, связывающей много параллельных фактов, обладает большей убедительностью, чем сделанное на основании меньшего числа фактов. Однако их качество важнее их количества. Выясненная аналогия обладает большей ценностью, чем отдаленное сходство; факты, приведенные в систему, в состоянии натолкнуть вас на более глубокие идеи, чем факты, собранные случайным образом. Аналогию между отрезком, треугольником и тетраэдром мы обнаруживаем, сравнивая эти фигуры с различных точек зрения. Отрезок принадлежит некоторой прямой, треугольник – плоскости, тетраэдр – пространству. Отрезок есть простейшая одномерная ограниченная фигура; треугольник – простейший многоугольник; тетраэдр – простейший многогранник. Отрезок имеет два граничных элемента нулевого измерения (2 граничные точки); внутренние точки отрезка образуют одномерное множество. Треугольник имеет 3 нульмерных и 3 одномерных граничных элемента (3 вершины, 3 стороны); внутренние точки образуют двумерное множество. Тетраэдр имеет 4 нульмерных, 6 одномерных и 4 двумерных граничных элемента (4 вершины, 6 ребер, 4 грани); внутренние точки образуют трехмерное множество. Составим таблицу из этих чисел. Последовательные столбцы содержат число нуль-, одно-, двух- и трехмерных элементов; последовательные строки относятся к отрезку, треугольнику, тетраэдру:

2 1

3 3 1

4 6 4 1

Небольшого знакомства с биноминальными коэффициентами достаточно, чтобы усмотреть в этой таблице часть треугольника Паскаля. Мы обнаруживаем замечательную закономерность, связывающую случаи отрезка, треугольника, тетраэдра. Если мы убедились в том, что имеется тесная связь между сравниваемыми объектами, «заключение по аналогии», подобное тому, которое мы сейчас выскажем, приобретает в наших глазах больший вес [3].

Центр тяжести однородного отрезка совпадает с центром тяжести его двух граничных точек. Центр тяжести однородного треугольника совпадает с центром тяжести его трех вершин. Не можем ли мы подозревать, что центр однородного тетраэдра совпадает с центром тяжести его четырех вершин? И далее: центр тяжести однородного отрезка делит расстояние между его граничными точками в отношении 1:1. Центр тяжести треугольника делит расстояние между любой вершиной и серединой противоположной стороны в отношении 2:1. Не можем ли мы подозревать, что центр тяжести однородного тетраэдра делит расстояние между любой вершиной и центром тяжести противоположной грани в отношении 3:1? Кажется крайне невероятным, чтобы догадки, подсказанные этими вопросами, оказались неверными; чтобы такая изящная закономерность рухнула. Чувство того, что гармоничное и простое не может оказаться обманчивым, владеет исследователем и в математических, и в других науках и прекрасно выражается латинской поговоркой: «Простота – печать истины». Все предшествующее наводит на мысль, что рассмотренные факты допускают распространение на n - мерный случай. Кажется невероятным, что то, что оказалось верным для трех первых чисел измерений (n =1,2,3) оказалось бы неверным для больших значений n. Это предположение есть «заключение по индукции», оно иллюстрирует то, что индукция естественным образом основывается на аналогии.

Пропедевтическую работу по развитию логического мышления необходимо проводить в 5 – 6 классах на решении сюжетных, логических задач и задач практического характера. Необходимо прививать школьникам умения строить логические цепочки при решении задач, умения рассуждать с использованием рисунка или путем воображения ситуации, описываемой в решаемой задаче.

Литература

1. Пойя Д. Как решать задачу. – М., 1959. – С. 48-51.
2. Пойя Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.,1975. – С. 31-33.
3. Гайштут А. Математика в логических упражнениях.– Киев, 1985.–С. 163-169.
4. Ходот Т.Г. Геометрия – 5. – СПб, 2001. – С. 1-268.
5. Ходот Т.Г. Геометрия – 6. – СПб, 2002. – С.1-300.

Fertikova E.

DEVELOPMENT OF LOGICAL THINKING OF PUPILS IN THE PROCESS OF GEOMETRY STUDY

An ability to ratiocinate is of great importance for the overall development of a pupil. In the fifth – sixth forms a teacher should teach pupils to reason and to be able to make logical networks. It will prepare them for the perception of the geometrical material in the seventh form. There are the tasks that rely on the subjective experience of pupils: practical and logical tasks.