Фесенко Б.И.

СОБЫТИЯ, ПРЕДШЕСТВУЮЩИЕ ПАДЕНИЮ МЕТЕОРОИДА

Рассмотрена приближенная статистическая модель эволюции орбиты малого тела, пролетающего время от времени мимо Земли и в то же время не испытывающего сильного влияния притяжений других планет. Грубо оценен закон распределения времени T с момента обнаружения тела до его падения.

Введение.

Основные идеи работы были изложены на семинаре кафедры физики ПГПУ почти 10 лет назад, но не публиковались в печати. Автора вернуться к ней побудило некоторое оживление интереса к проблеме падения на Землю малых тел Солнечной системы.

Малые тела (в дальнейшем МТ) – это астероиды, кометы и метеороиды. Известно около 200 МТ с диаметрами более километра, орбиты которых сравнительно близки к орбите Земли (группы астероидов Aten, Apollo, Amor). Исследования, учитывающие трудности обнаружения таких тел, увеличивают их число на порядок. Наконец, подобные оценки применительно к телам, диаметры которых составляют не менее 100 м и которые пересекают земную орбиту, либо приближаются к ней, приводят к числу в 200 000 [1].

Поверхности всех тел Солнечной системы, лишенных атмосферы (Меркурия, спутников планет, астероидов) усеяны множеством кратеров ударного происхождения. Такие кратеры найдены также на Марсе, Земле и Венере. В первом случае при сильно разреженной атмосфере плотность числа кратеров наибольшая, в последнем – найдены только крупные кратеры, так как очень плотная атмосфера ослабляла эффект столкновений. Очевидно, любому падению, как правило, предшествует длительный период эволюции орбиты МТ под влиянием планетных возмущений. Каким статистическим закономерностям подчиняется такая эволюция? Частному случаю этой проблемы в случае Земли и посвящена данная заметка.

Главные предположения.

Для точного ответа необходимы трудоёмкие вычисления с учетом многих факторов [2]. Используем ряд существенных упрощений.

1. При учете влияния земного притяжения на орбиту МТ применим известное понятие сферы действия Земли (СД) радиусом около 2 млн. км. Если МТ, сближаясь с Землей, оказывается внутри СД, то притяжение Солнца уже не учитывается. За пределами СД, наоборот, принимается во внимание только солнечное притяжение.

2. Изучая орбиты, достаточно удаленные от орбит Венеры и Марса, будем учитывать только возмущения со стороны Земли, возникающие в период пересечения малым телом её СД. Роль Луны в этой работе не рассматривается.

3. Ввиду невозможности полного игнорирования влияний упомянутых планет, предположим, что их слабое действие сводится к следующей особенности очередного вхождения МТ в СД. Прицельное расстояние сближения p является случайной величиной с плотностью вероятности, пропорциональной значению p; азимутальный угол A также является случайной величиной, распределенной равномерно в интервале от 0 до 360^0.

4. Длину W вектора геоцентрической скорости данного МТ в момент его вхождения в СД считаем одной и той же при разных сближениях. Прежде всего, заметим, что внутри СД малое тело движется относительно Земли по гиперболе. При входе же и выходе длина вектора геоцентрической скорости одна и та же, то есть, равна W, так как в эти моменты одинаковы расстояния МТ от центра Земли (см. Рис. 3). Согласно предположению 1 за пределами СД малое тело движется по эллипсу в соответствии с первым законом Кеплера. Поэтому спустя его орбитальный период оно обязательно войдёт в исходный объём пространства (где до этого была и Земля со своей СД). Ясно, что спустя интервал времени T (с момента n-го сближения Земли и МТ), содержащий целые число их периодов, малое тело снова войдёт в СД с геоцентрической скоро-

стью $W_{n+2} = W_{n+1} = W_n = \ldots = W_1 = W$ (см. прерывистую линию вектора с номером n+2 на Рис. 3). Выйдя из новой СД, малое тело продолжит движение по эллипсу, но уже с новыми элементами орбиты и т.д. Процесс останавливается при падении МТ.

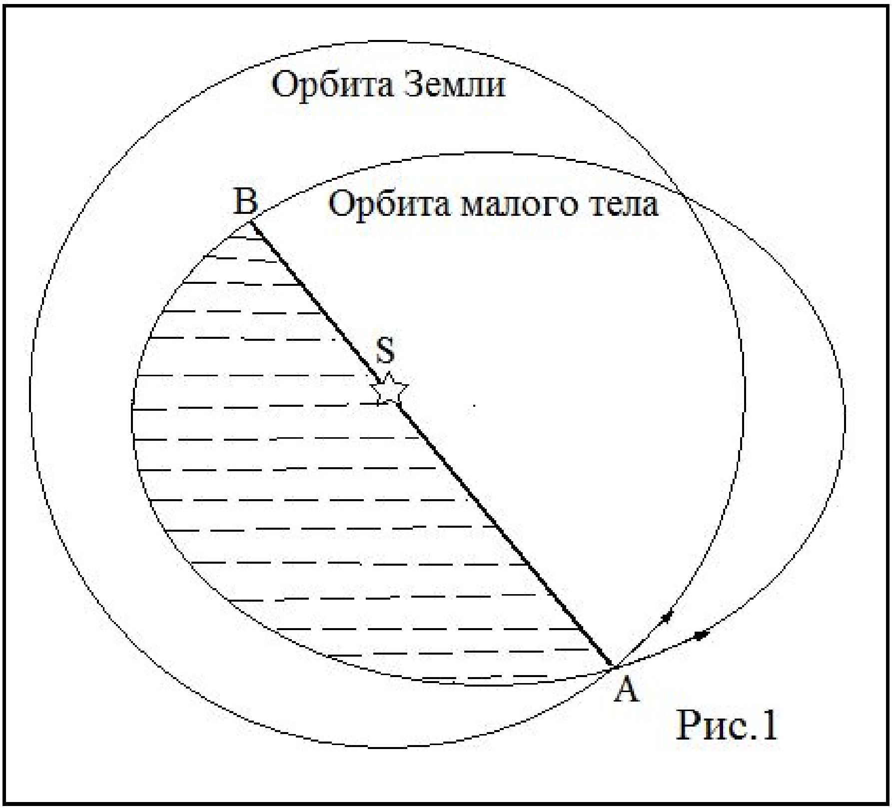

Рис.1

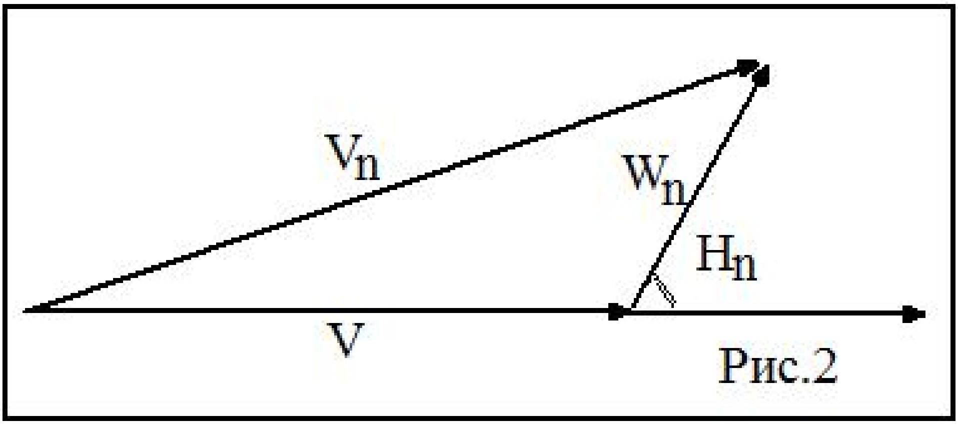

Рис.2

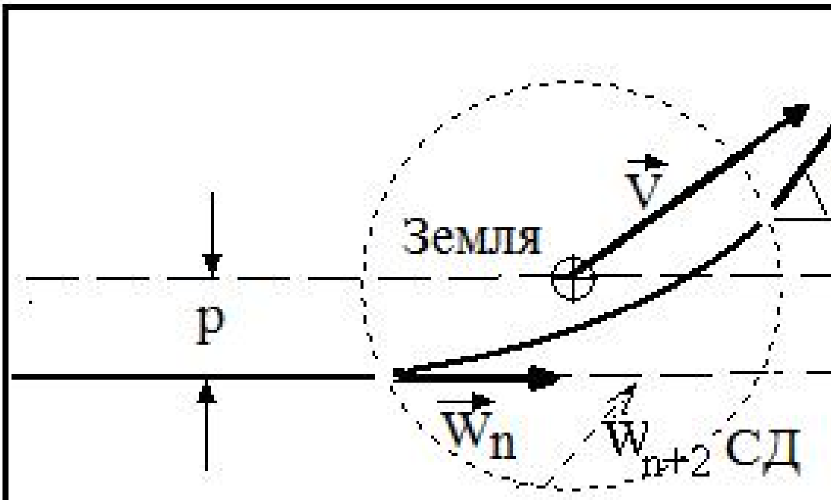

Рис.3

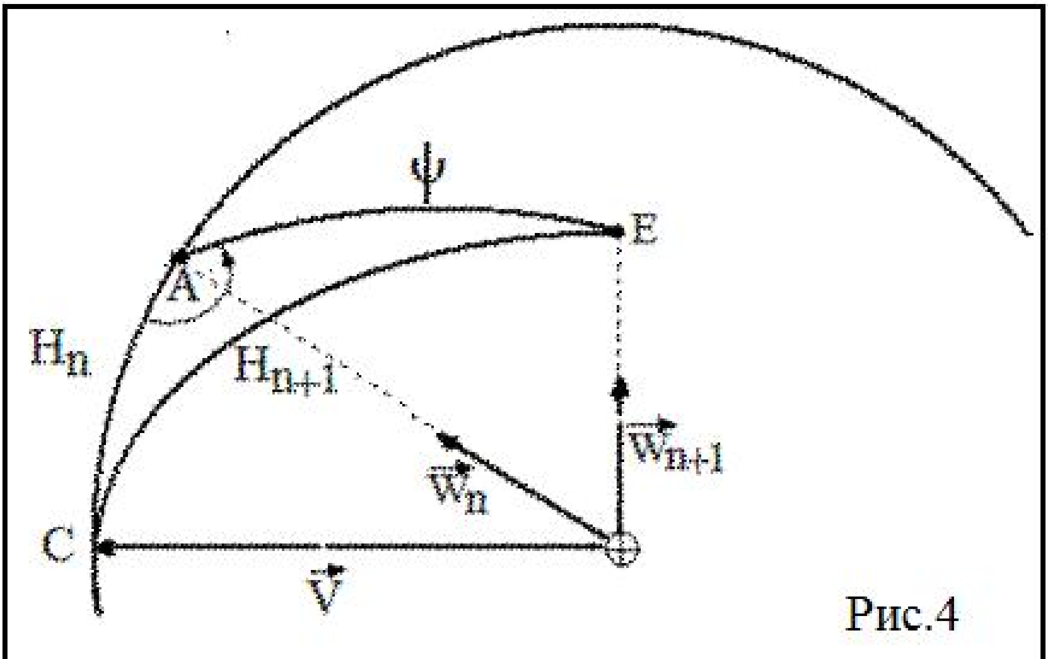

Рис.4

Расчеты.

При моделировании процесса последовательных сближений МТ с Землёй исходными параметрами являются: величина его геоцентрической скорости W при вхождении в СД, угол H между вектором скорости W и вектором гелиоцентрической скорости Земли V в этот момент и, наконец, радиус D сферы действия (СД). Искомыми величинами являются: большая полуось орбиты и её эксцентриситет e, истекшее время T и число сближений N, завершившихся падением МТ на Землю. Интервал времени между последовательными сближениями одного и того же МТ с Землёй считаем кратным её орбитальному периоду (аналогия – метеорный поток). Случаи двойного сближения в течение одного орбитального периода МТ здесь не рассматриваются.

Параметры W и H (при данных V и расстоянии от Солнца) однозначно определяют большую полуось орбиты МТ после n-го сближения:

$$a_{n+1} = \frac{q}{\left(2q - V_{n+1}^{2}\right)}, \qquad (1)$$

где $V_{n+1}^{2} = V^2 + W^2 + 2 \times V \times W \times \cos(H_{n+1})$.

Здесь $q = 886{,}8$ - квадрат средней скорости Земли вокруг Солнца, выраженной в км/с. Орбита Земли считается круговой (см. Рис. 2).

Зная большую полуось орбиты МТ, по третьему закону Кеплера вычисляем период его движения. Спустя сотни лет (в среднем) МТ опять сближается с Землей при том же параметре . В итоге сближения направление вектора W изменяется на угол ψ, определяемый известной формулой (см.(4.36), [3]):

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\psi}{2}\right) = \frac{G \times M}{W^2 \times p}, \qquad (2)$$

где G и M – гравитационная постоянная и масса Земли (Рис. 3). Новое значение H определяется через предыдущее (обозначим его H_0) формулой (Рис. 4):

$$\cos(H) = \cos(H_0) \times \cos(\psi) + \sin(H_0) \times \sin(\psi) \times \cos(A) \qquad (3)$$

Здесь $H_0 = H_n$ и $H = H_{n+1}$. Наибольшее прицельное расстояние метеороида Q, при котором он ещё может столкнуться с Землей, определяется известным равенством:

$$\left(\frac{Q}{R}\right)^2 = \left(\frac{11.2}{W}\right)^2 + 1, \qquad (4)$$

где R – радиус Земли.

Оценим закон распределения случайной величины T – времени, которое требуется МТ до его падения на Землю с момента его первого обнаружения внутри СД (подробнее см. ниже). При значениях D = 2,5 млн. км, W = 2 км/с и H_0 = 0 (начальная орбита с большой полуосью, равной 1,161 а.е.) статистическое моделирование процессов последовательных сближений метеороида с Землей, прослеженных для 1000 падений, позволило оценить **математическое ожидание и стандарт** величины T: 605600 и 594700 лет соответственно. Совпадение этих значений в пределах случайной ошибки позволяет предположить, что мы имеем дело с экспоненциальным законом распределения величины T.

Для проверки этого предположения рассмотрим случайную величину:

$$Z = 1 - \exp\left(-\frac{T}{605600}\right). \qquad (5)$$

Можно доказать, что в случае экспоненциального распределения величины T, случайная величина Z должна быть распределена равномерно на промежутке от 0 до 1. Разбив его на 10 равных промежутков, мы получили тем же методом моделирования следующие числа значений Z: 99, 95, 93, 97, 95, 107, 94, 119, 96 и 105. Заметим, что эти числа характеризуют распределение случайной величины T по интервалам все увеличивающейся длины (в порядке возрастания величины T). Отклонения модельных чисел от ожидаемого значения, равного 100, объяснимы случайными флуктуациями (дисперсия этих чисел меньше теоретического значения равного 90 при равномерном законе распределения). Аналогичный результат был получен и для значения W = 4 (большая полуось начальной орбиты при H_0 = 0 составила 1,402 а.е.).

Обозначим $<T>$ среднее значение времени по результатам моделирования 1000 падений. При W = .5 (0.5) 2.5 (в км/с) отношения $\frac{<T>}{W^2}$ оказались равными 150000, 151000, 156000, 151500 и 155400. Считая отклонения от среднего значения (152800) случайными, получаем приближенную формулу:

$$\langle T\rangle = 152800\times W^2, \tag{6}$$

где время выражено в годах, а скорость – в км / с.

Таким образом, интегральная функция распределения случайной величины T имеет вид:

$$\mathrm{F}(T)=1-exp(-T/\langle T\rangle), \tag{7}$$

где величина определяется равенством (6) и $T>0$.

Пример. Метеороид вошёл в СД с относительной скоростью 2.2 км/с и пролетел мимо Земли. Спустя какое время T вероятность его падения при последующих пролётах достигнет значения 0.5? По формуле (6) оцениваем величину $\langle T\rangle$: 152800x4.84= 739600 лет. Положив правую часть уравнения (7) равной 0,5, получаем оценку искомого времени: T лет.

При указанных выше значениях W деление средних чисел сближений МТ с Землёй (до его падения), $\langle N\rangle$, на квадрат величины W дало следующие числа: 1200, 1209, 1219, 1205 и 1213. Этот результат позволяет получить приближенную формулу, аналогичную (6):

$$\langle N\rangle = 1210\times W^2. \tag{8}$$

Полученный закон распределения величины T обладает, на первый взгляд, одной парадоксальной и весьма полезной (для практического применения) особенностью: его вид не изменяется при смещении начала отсчёта времени T. Например, если метеороид был впервые обнаружен лишь при двадцатом его сближении с Землёй (это может быть известно другому, независимому наблюдателю), то формулы (6 - 8) по-прежнему применимы при тех же значениях коэффициентов, причем время отсчитывается с момента нового обнаружения. Действительно, пусть плотность вероятности величины T, измеренной с момента первого сближения независимым наблюдателем, имеет вид:

$$\mathrm{f}(T)=\frac{\exp(-T/\langle T\rangle)}{\langle T\rangle},\ T>0. \tag{9}$$

Обозначим через U время, соответствующее измерениям с момента 20-го сближения, и найдём плотность вероятности величины $S = T-U$, нормированную на промежутке $T > U$. Из равенства (7) видно, что вероятность выполнения неравенства $T > U$ равна exp(- U/$\langle T\rangle$). Поэтому усечённая плотность вероятности имеет вид:

$$\mathrm{f}(S)=\frac{\exp(-S/\langle T\rangle)}{\langle T\rangle},\ S>0. \tag{10}$$

Таким образом, плотность вероятности сохраняет свой вид при изменении начала отсчёта времени. Соответственно остаётся прежним математическое ожидание времени падения МТ. (Кстати, аналогичной закономерности подчиняется и время распада свободного нейтрона). Заметим, что равенство (10) теряет смысл в том случае, когда малое тело успело упасть на Землю до момента $T = U$, то есть до момента нового начала отсчёта.

Обсуждение и выводы.

Вид распределения (7), полученный выше методом Монте - Карло, допускает простую аналитическую проверку в частном случае, когда интервал времени между последовательными сближениями (обозначим его теперь t) постоянен. Вероятность q столкновения при одном сближении равна, очевидно, $\left(\frac{Q}{D}\right)^2$, где Q - предельное прицельное расстояние, при котором ещё возможно падение метеороида. Вероятность, что при n сближениях не будет столкновения, составит $(1-q)^n \approx \exp(-q\times n)$, причём в силу постоянства величины t весь интервал времени

T можно положить равным nt , откуда $n = \frac{T}{t}$. Следовательно, вероятность того, что интервал времени до столкновения не превысит значение T, составит приблизительно $1 - exp(-(q \times T/t))$. Этот результат не противоречит формуле (7), полученной для более общего случая.

Формулы типа (6-8) являются тем грубым инструментом, который поможет проследить (статистически) судьбу совокупности МТ, пролетающих мимо Земли – после того, как будут получены достаточно полные сведения о распределении их геоцентрических скоростей W в моменты выхода из сферы действия Земли.

Подавляющее большинство МТ – метеороиды, тела с поперечниками до нескольких десятков метров. Поэтому хотя в работе и рассматриваются в общем случае МТ, в заглавии указаны метеороиды.

Литература

1. Encyclopedia Britannica, DVD, 2006.
2. Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. – М.: Наука,1969.
3. Огородников К.Ф. Динамика звёздных систем. – М.: ГИФМЛ, 1958.
4. Кислик И.Д. // Космические исследования. – 1964. – Т.2. – С.853.