Укажите правильный ответ:

а)+; б)–; в)0; г) $\rangle$; д) $\langle$; е)?; ж)!

9. Известно, что $\vec{a} = \alpha\vec{i} - 3\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + \beta\vec{j} - 3\vec{k}$, длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ соответственно равны $\sqrt{126}$ и $\sqrt{14}$, $\vec{a}$ и $\vec{b}$ - коллинеарные векторы.

Верно ли, что коэффициенты α и β равны 6 и 1, соответственно?

Укажите правильный ответ:

а)+; б)–; в)0; г) $\rangle$; д) $\langle$; е)?; ж)!

10. Найти длину вектора $\vec{b}$, если скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равно 37, вектор $\vec{a}$ имеет координаты (-5;-8).

Укажите правильный ответ:

а)+; б)–; в)0; г) $\rangle$; д) $\langle$; е)?; ж)!

Павлова Л.В.

СИСТЕМА ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ КОМПЕТЕНТНОСТНЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Одной из ведущих задач педагогического процесса подготовки учителя математики средней школы является преобразование студента в учителя-профессионала, способного решать многообразные задачи, связанные с обучением и воспитанием школьников.

Результат профессиональной подготовки, осуществляемой в логике модели развития, может быть с достаточной полнотой описан с помощью понятия “профессиональная компетентность”.

Под *профессиональной компетентностью учителя* понимается “интегральная характеристика, определяющая способность специалиста решать профессиональные проблемы и типичные профессиональные задачи, возникающие в реальной профессиональной деятельности, с использованием знаний, профессионального и жизненного опыта, ценностей и наклонностей” [2].

Авторы статьи “Составляющие предметной компетентности учителя математики” [3] выделяют три составляющие профессиональной компетентности учителя: предметную компетентность, общую психолого-педагогическую и методическую компетентности. Психолого-педагогическая компетентность, по их мнению, обеспечивает эффективность решения проблем общения учителя с учащимися, родителями, коллегами, воспитания и общего интеллектуального развития учащихся. Методическая компетентность отвечает за эффективное решение задач, связанных с реализацией процесса обучения математике. Предметная компетентность обеспечивает эффективное осуществление предметной (математической) деятельности, которая является содержательной основой профессиональной деятельности учителя математики как учителя-предметника.

Студенческие годы способствуют формированию компетентности преимущественно через наполнение двух компонентов – знаний и умений, уровень, качество и количество которых проявляется в совокупности соответствующих компетенций.

Рассматривая профессиональную подготовку будущих учителей математики, необходимо исходить из современного понимания профессиональной компетентности учителя, его профессионального мастерства и уверенного владения предметом. А значит, одной из ключевых компетентностей будущего специалиста должна стать предметно-методическая компетентность.

Под *предметно-методической компетентностью учителя* математики будем понимать характеристику личности специалиста, выраженную в единстве его теоретических знаний, практической готовности к осуществлению видов профессиональной деятельности, связанной с преподаванием предмета математики в системе общего среднего образования.

Предметно-методическая компетентность обеспечивает эффективное осуществление математической деятельности, которая является содержательной основой профессиональной деятельности учителя математики как учителя-предметника.

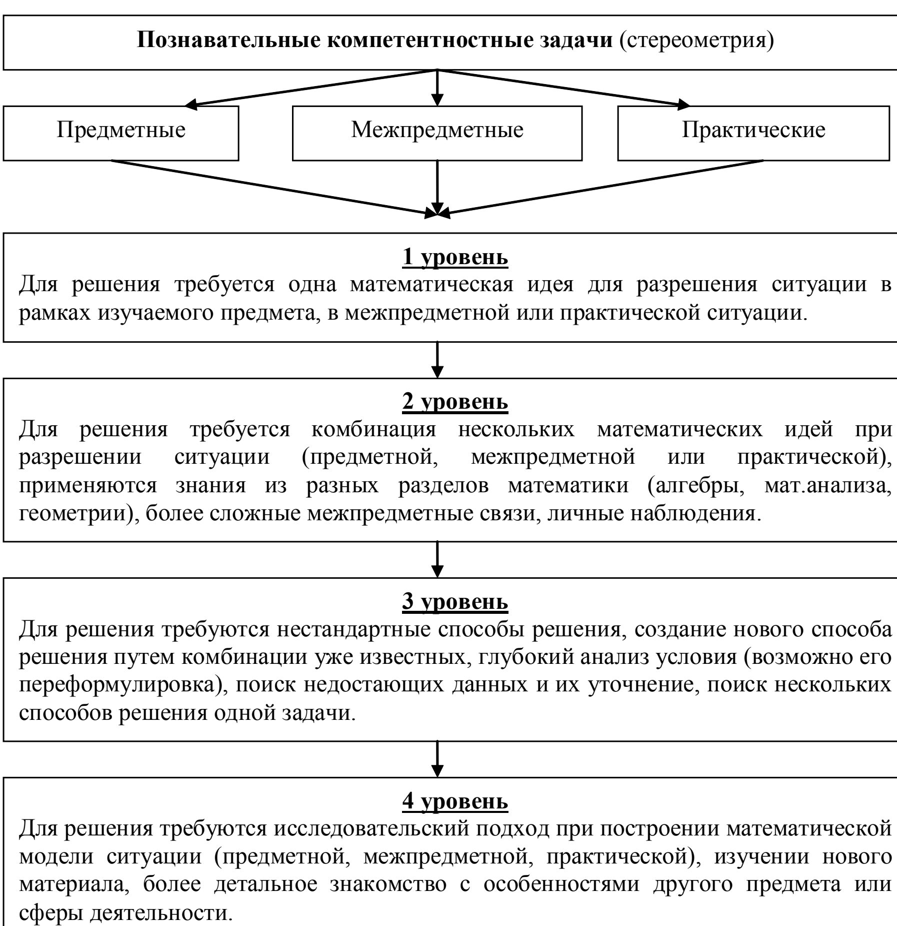
Одним из показателей наличия предметно-методической компетентности является умение работать (отбирать, решать, конструировать) с познавательными компетентностными задачами.

Под познавательными компетентностными задачами, рассматриваемыми при изучении математики, мы будем понимать задачи, целью решения которых является разрешение стандартной или нестандартной ситуации (предметной, межпредметной, практической) посредством нахождения соответствующего способа с обязательным использованием предметных (математических) знаний.

Нами была разработана система задач для студентов, в качестве системообразующего признака мы выбрали содержание стереометрии.

На схеме показано подразделение познавательных компетентностных задач на три типа и их разделение по уровням сложности.

Схема 1.



Также познавательные компетентностные задачи можно разделить на следующие виды:

1. Задачи на обоснование возможного применения математических знаний в конкретной ситуации:

№1) *На уроке математики изучали объемы тел. На дом было задано вычислить объем сосуда, которым пользуются в быту (стакан, ваза для цветов, банка и т.д.). Таня решила вычислить объем вазы (рис. 1) с помощью формулы объема усеченной пирамиды. Может ли она это сделать? Почему?*

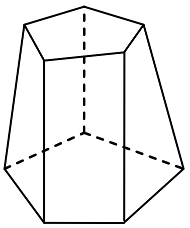


Рис.1.

Решение: Таня не может использовать формулу объема усеченной пирамиды для вычисления объема вазы, т.к. если продолжить ребра усеченной пирамиды – они должны пересечься в одной точке, а для модели (см. рис. 1) данной вазы это не выполняется, возможно, при производстве изделия был допущен брак.

2. Задачи на применение математических знаний в конкретной математической или нематематической ситуации:

№2) *Высота правильной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна стороне ее основания. На ребрах BB_1 и A_1C_1 взяты соответственно точки D и E – середины этих ребер. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки C, D и E, и найти площадь полученного сечения, если сторона основания равна a.* (Математическая ситуация)

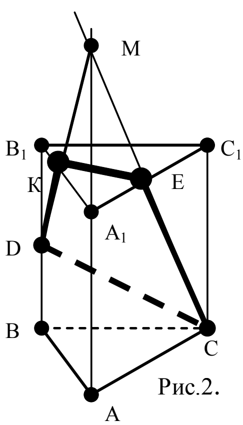


Рис.2.

Решение: Построим сечение призмы плоскостью *CDE* (рис. 2):

1) проведем прямую *CE* и найдем точку *M*, в которой прямая *CE* пересекает прямую AA_1; 2) проведем прямую *MD* и найдем точку *K*, в которой пересекаются *MD* и A_1B_1; 3) соединим точки *K* и *E*, точки *D* и *C*. Четырехугольник *CDKE* искомое сечение. Чтобы найти площадь этого сечения воспользуемся формулой $S_{сеч.} = \frac{S_{пр.}}{\cos\varphi}$, где φ - угол между плоскостью *CDE* и плоскостью $A_1B_1C_1$.

Для нахождения $\cos\varphi$ применим векторно-координатный способ. Зададим для этого в пространстве прямоугольную систему координат *Oxyz* таким образом: точка *O* – начало координат – это середина отрезка *AC*; $\vec{OC}$ - ось *Ox*; $\vec{OB}$ - ось *Oy*; $\vec{OE}$ - ось *Oz*. Найдем координаты нужных точек и векторов. Полагая *AB* = 2, находим *O*(0;0;0), *C*(1;0;0), $B(0;\sqrt{3};0)$, *E*(0;0;2), $B_1(0;\sqrt{3};2)$, $D(0;\sqrt{3};1)$.

В качестве нормального вектора $\vec{n_1}$ плоскости *ABC* можно принять вектор $\vec{OE}$ (0;0;2), а координаты (*k; l; m*) вектора $\vec{n_2}$ - нормального вектора плоскости *CDE* – найдем, учитывая, что $\vec{n_2} \perp \vec{CE}(-1;0;2)$ и $\vec{n_2} \perp \vec{CD}(-1;\sqrt{3};1)$. Получаем следующую систему уравнений:

$\begin{cases} -k+2m=0 \\ -k+\sqrt{3}l+m=0 \end{cases}$, из которой с точностью до множителей пропорциональности находим: k=2, $l=\frac{\sqrt{3}}{3}$, m=1. Итак $\vec{n_1}$ (0;0;2), $\vec{n_2}$ (2; $\frac{\sqrt{3}}{3}$;1) и тогда $\cos\varphi = \left|\cos\left(\widehat{\vec{n_1},\vec{n_2}}\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ясно, что четырехугольник C_1B_1KE является проекцией сечения *CDKE* на плоскость $A_1B_1C_1$, поэтому $S_{пр} = S_{C_1B_1KE} = S_{A_1B_!C_1} - S_{A_1KE}$.

$S_{A_1B_1C_1} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Найдем далее S_{A_1KE}. Из подобия треугольников MA_1E и MAC находим, что $MA_1=2a$, и тогда из подобия треугольников DB_1K и MA_1K $\Rightarrow \frac{A_1K}{B_1K} = \frac{MA_1}{B_1D} = 2$, откуда $A_1K = 2B_1K$, и так как $A_1K + B_1K = a$, то $A_1K = \frac{2a}{3}$. Тогда $S_{A_1KE} = \frac{1}{2} A_1K \cdot A_1E \cdot \sin 60^0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$. Итак, $S_{пр} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. Получаем: $S_{сеч} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6} \div \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2}{3}$.

№3) *Деталь, которую необходимо полностью заполнить специальной жидкостью, представляет собой полое тело, у которого поперечное сечение – прямоугольник со сторонами a и b. Это тело можно получить, если вращать прямоугольник вокруг некоторой оси, проходящей через одну из его вершин, параллельно диагонали прямоугольника. Какой объем жидкости необходим, чтобы заполнить деталь? Толщиной стенки детали можно пренебречь.* (Нематематическая ситуация)

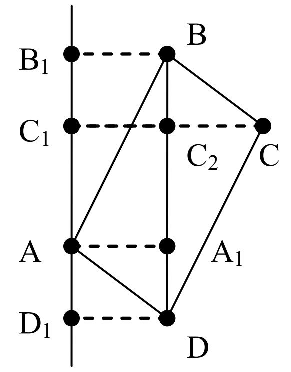


Рис.3.

Решение: Чтобы вычислить объем жидкости, необходимой для заполнения детали, нужно вычислить объем детали, которая получится при вращении прямоугольника вокруг оси, проходящей через одну из его вершин, параллельно диагонали прямоугольника (рис. 3).

Чтобы вычислить объем V тела вращения, опустим из точек B, C и D соответствующие перпендикуляры BB_1, CC_1 и AA_1 на прямую l, а из точки A – перпендикуляр AA_1 на прямую BD.

Тогда $V = (V_1+V_2) - (V_3 + V_4)$, где V_1 и V_2 – это объемы тел, полученных при вращении вокруг оси l соответственно трапеций BB_1C_1C и CC_1D_1D; V_3 и V_4 – объемы тел, полученных при вращении вокруг оси соответственно треугольников ABB_1 и ADD_1.

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot B_1C_1(CC_1^2 + CC_1 \cdot BB_1 + BB_1^2);$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot C_1D_1(CC_1^2 + CC_1 \cdot DD_1 + DD_1^2);$$

$$V_3 = \frac{1}{3}\pi \cdot BB_1^2 \cdot AB_1; \quad V_4 = \frac{1}{3}\pi \cdot DD_1^2 \cdot AD_1.$$

Т.к. $BD \parallel l \Rightarrow BB_1 = DD_1 = AA_1 \Rightarrow$ из прямоугольного треугольника ABD $\Rightarrow$ $BD = \sqrt{a^2+b^2}$ и $AA_1 = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. $CC_1 = 2AA_1 = \frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$, т.к. $C_1C_2 = C_2C = AA_1$. Тогда

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi(CC_1^2 + CC_1 \cdot AA_1 + AA_1^2) \cdot (B_1C_1 + C_1D_1) =$$

$$= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4a^2b^2}{a^2+b^2} + \frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}\right) \cdot \sqrt{a^2+b^2} = \frac{7\pi a^2b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}}.$$

$$V_3 + V_4 = \frac{1}{3}\pi \cdot AA_1^2 (AB + BD) = \frac{\pi \cdot a^2 b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}} \text{ и } V = \frac{7\pi \cdot a^2 b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{\pi \cdot a^2 b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{2\cdot \pi a^2 b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Следовательно, в зависимости от размеров сторон прямоугольника (a, b), из последней формулы найдем объем детали.

3. Задачи на построение математических объектов и ситуаций:

№5) *Известно, что плоскость, параллельная плоскости основания конуса, пересекает конус по кругу, а боковую поверхность – по окружности с центром на оси конуса. Для разрешения какой реальной жизненной ситуации может быть применен данный математический факт?*

№6) *Изобразите многогранник, если известно, что: а) он выпуклый, гранями являются два правильных шестиугольника – основания и шесть квадратов, образующих боковую поверхность; б) он получается при отсечении углов тетраэдра плоскостями, каждая из которых отсекает третью часть его ребер, выходящих из одной вершины.*

4. Задачи на формулирование свойств конкретного объекта по заданным условиям:

№7) *Известно, что некоторое тело задано следующей системой неравенств: а)* $\begin{cases} x^2 + y^2 \le R^2 \\ 0 \le z \le h \end{cases}$ *; б)* $\begin{cases} |x| + |y| + |z| \le 7 \\ |x| \le 3, |y| \le 3, |z| \le 3 \end{cases}$. *Требуется изобразить данное тело и описать, какими свойствами оно обладает.*

5. **Задачи на оценку способа решения (правильно/неправильно, рационально/нерационально) и полученного результата (правдоподобность):**

№8) Требуется решить следующую задачу тремя разными способами (вычислительным, векторно-координатным и геометрическим): *На ребрах AB, AC и SC правильной пирамиды SABCD, у которой все плоские углы при вершине S прямые, взяты соответственно точки D, E и F – середины этих ребер. Найти угол между прямыми DF и SE.* Оцените рациональность каждого из решений.

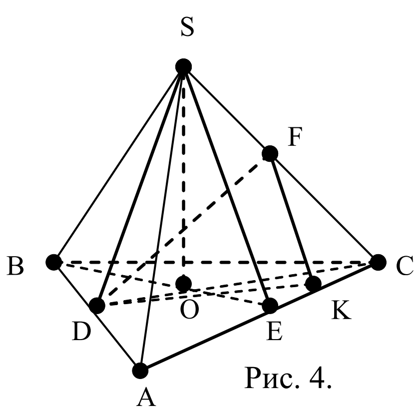


Рис. 4.

Решение:

__I способ__ (вычислительный): Сначала построим какой-нибудь угол, равный искомому углу (рис.4). Например, в плоскости SAC, которая проходит через прямую SE – одну из данных скрещивающихся прямых и точку F, взятую на другой из них, проведем через точку F прямую FK $\|$ SE. Тогда угол между прямыми DF и FK равен искомому углу.

Найдем угол DFK. Обозначим $\angle DFK = \varphi$.

Соединим точки D и K. Таким образом, угол φ мы включили в треугольник DFK. Посчитаем стороны треугольника. Пусть сторона основания пирамиды равна a. ΔSAC - равнобедренный, с прямым углом при вершине S $\Rightarrow$ медиана SE = $\frac{1}{2}AC$ $\Rightarrow$ FK – средняя линия ΔSEC $\Rightarrow$ $FK = \frac{a}{4}$.

Рассмотрим ΔSDF и найдем сторону DF, т.к. SC $\perp$ SA и SC $\perp$ SB, то SC $\perp$ SD. Поэтому в ΔSDF $\Rightarrow$ $DF = \sqrt{SD^2 + SF^2}$. Но $SD = \frac{a}{2}$; $SF = \frac{1}{2}\cdot SC$, где из прямоугольного равнобедренного

$\Delta SAC \Rightarrow\ SC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}\ \Rightarrow SF = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow DF = \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{a\sqrt{2}}{4})^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Рассмотрим ΔADK : $DK^2 = AD^2 + AK^2 - 2AD \cdot AK \cdot \cos(D\hat{A}K)$, т.е. $DK^2 = \dfrac{7a^2}{16}$.

Из равенства $DK^2 = DF^2 + FK^2 - 2DF \cdot FK \cdot \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 0$, т.е. $\varphi = 90^0$. Это означает, что и угол между прямыми DF и SE так же равен 90^0.

<u>II способ</u> (векторно-координатный): т.к. пирамида правильная, то SA = SB = SC. Кроме того, все углы при вершине S по условию прямые. Поэтому можно ввести в пространстве прямоугольную систему координат, началом которой является точка S, а отрезки SA, SB и SC – единичными отрезками соответственно осей Sx, Sy и Sz (рис. 5). В этой системе координат точки S, A, B и C имеют следующие координаты: S(0;0;0), A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1). Теперь найдем координаты векторов $\vec{DF}$ и $\vec{SE}$. Для этого найдем координаты следующих точек: $D(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0)$, $F(0;0;\frac{1}{2})$, $E(\frac{1}{2};0;\ \frac{1}{2})$. Тогда $\vec{DF}\,(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ и $\vec{SE}\,(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2})$.

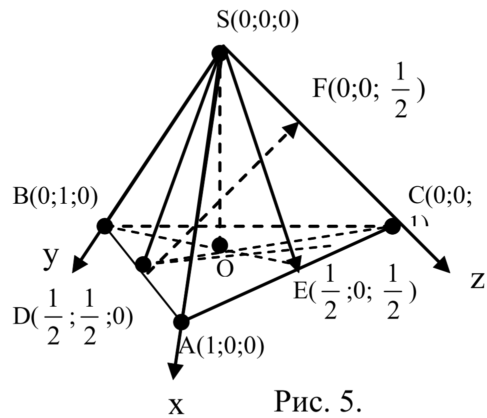


Рис. 5.

Следовательно, $\cos(D\hat{F},SE) = \left|\cos(D\hat{F},SE)\right| = \dfrac{\left|-\frac{1}{4}+0+\frac{1}{4}\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}} = 0 \Rightarrow$ угол между прямыми DF и SE равен 90^0.

<u>III способ</u> (геометрический): т.к. отрезки SA = SB = SC и попарно перпендикулярны, то можно принять их за ребра куба, выходящие из одной вершины. Построим этот куб (рис. 6) и заданные точки D, E и F. Соединим вершины P и C куба и проведем диагональ SQ.

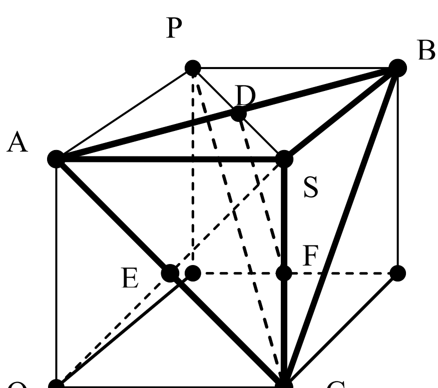


Рис.6.

DF $\parallel$ PC (т.к. DF – средняя линия ΔPSC), т.е. угол между прямыми PC и SQ равен искомому углу. Ясно, что прямая AC является проекцией прямой PC на плоскость SAC и AC $\perp$ SQ $\Rightarrow$ и наклонная PC $\perp$ SQ $\Rightarrow$ DF $\perp$ SE $\Rightarrow$ угол между прямыми DF и SE равен 90^0.

<u>IV способ</u> (векторно-координатный): Обозначим (см. рис. 7) $\vec{SA} = \vec{a}$; $\vec{SB} = \vec{b}$; $\vec{SC} = \vec{c}$. Тогда

$\vec{DF} = \vec{DS} + \vec{SF} = -\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2} + \dfrac{\vec{c}}{2} = \dfrac{\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}}{2}$, а $\vec{SE} = \dfrac{\vec{a}+\vec{c}}{2}$.

$\vec{DF}\cdot\vec{SE} = \dfrac{\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}}{2}\cdot\dfrac{\vec{a}+\vec{c}}{2} = \dfrac{\vec{a}\vec{c} - \vec{a}^2 - \vec{a}\vec{b} + \vec{c}^2 - \vec{a}\vec{c} - \vec{b}\vec{c}}{4}$, но

$\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$, поэтому $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$. Кроме того,

$$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{c}\right| \Rightarrow \vec{DF} \cdot \vec{SE} = \frac{\left|\vec{c}\right|^2 - \left|\vec{a}\right|^2}{4} = \frac{\left|\vec{a}\right|^2 - \left|\vec{a}\right|^2}{4} = 0 \Rightarrow DF \perp SE$$

$\Rightarrow$ угол между прямыми DF и SE равен 90^0.

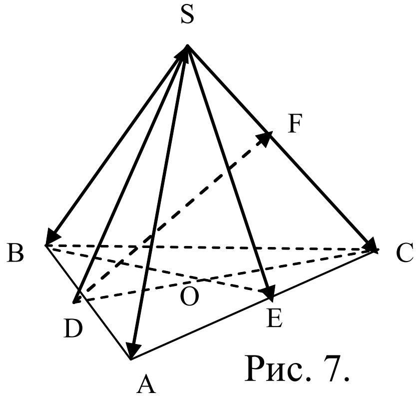


Рис. 7.

№9) Имеется бревно (рис. 8) длина которого 20 дм, а диаметры спилов 2 дм и 1 дм. Требуется вырубить из бревна брус с квадратными поперечными сечениями, ось которого совпадала бы с осью бревна так, чтобы количество отходов было наименьшим. Как это сделать? (Нематематическая ситуация)


Рис. 8.

<u>Решение</u>: С точки зрения математики, наименьшее количество отходов будет тогда, когда объем бруса будет наибольшим. В связи с этим нужно найти объем бруса, т.е. объем прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием (оптимизируемая величина). Бревно приближенно имеет форму усеченного конуса. В осевом сечении усеченного конуса, которое одновременно является диагональным сечением прямоугольного параллелепипеда, получим (рис.9) равнобокую трапецию (осевое сечение усеченного конуса), в которую вписан прямоугольник (диагональное сечение прямоугольного параллелепипеда).

Найдем объем V прямоугольного параллелепипеда. Обозначим буквой x высоту параллелепипеда, т.е. высоту прямоугольника в осевом сечении: KM = x и реальные границы изменения $0 \langle x \leq 20$. Отрезок FK представляет собой диагональ основания параллелепипеда. FK = EM = AD - 2MD= 2 – 2MD.

Проведем CL $\perp$ AD. Тогда LD = AN = AD – AL = 1 – 0,5 = 0,5 (дм).

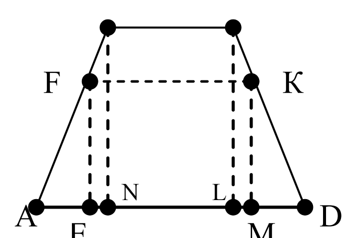


Рис.9.

Из подобия треугольников KMD и CLD $\Rightarrow$ $\frac{KM}{CL} = \frac{MD}{LD}$,

т.к. $\frac{x}{20} = \frac{MD}{0,5} \Rightarrow MD = \frac{x}{40}$ и значит $FK = 2 - 2MD = 2 - \frac{x}{20}$.

Площадь квадрата, служащего основанием прямоугольного параллелепипеда находим по формуле $\frac{1}{2}d^2$, где d – диагональ основания, т.е. d = FK. Значит $S_{осн} = \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})^2$, т.к. высота параллелепипеда равна x, то $V = \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})^2 \cdot x$.

Рассмотрим функцию V(x) и найдем для нее наибольшее значение на промежутке $(0,20]$.

$$V' = \frac{1}{2}2(2 - \frac{x}{20})(-\frac{1}{20})x + \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})^2 = \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})(1 - \frac{3x}{40})$$

$V'(x) = 0$ при x = 40 или при x = $\frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$, но x = 40 не принадлежит промежутку $(0,20]$.

Сравним между собой значения функции V(x) в точках x = $\frac{40}{3}$ ($V(\frac{40}{3}) = \frac{320}{27}$) и x = 20 (V(20) = 10) и найдем $\lim\limits_{x\to 0} V(x) = 0$. Получили, что наибольшее значение функции является $\frac{320}{27}$.

Интерпретируем полученный результат: чтобы вырубить из бревна брус наибольшего объема, нужно удалить верхнюю (более тонкую) часть бревна так, чтобы осталось бревно высотой $13\frac{1}{3}$ дм ($\approx 133 см$), а затем из полученного бревна вырубить брус с квадратным поперечным сечением (это сечение определяет квадрат, вписанный в верхнее основание бревна высотой $13\frac{1}{3}$ дм).

Для этого нужно определить и провести диаметр верхнего спила бревна, затем диаметр нижнего спила. На диаметре нижнего спила отсечь от центра радиусы, равные радиусам верхнего спила, начертить квадрат, для которого полученный отрезок (удвоенный радиус верхнего спила) будет являться диагональю. В верхний спил вписать квадрат. Затем с помощью специальной распилочной машины выпилить брус по сделанной разметке.

Как видно из приведенного решения, работа с такой задачей потребует от студентов построения способа разрешения предложенной ситуации с использованием различных математических знаний (геометрических и элементов математического анализа). При этом нужно соотнести полученный математический результат с теми практическими действиями, которые выполняются в реальной практике. Кроме того, студенты в ходе решения приходят к новому познавательному результату о связи осевого сечения усеченного конуса и диагонального сечения прямоугольного параллелепипед. Он может применяться при решении аналогичных задач.

Выделим этапы решения познавательной компетентностной задачи:

1) анализ текста задачи (определить вид задачи: предметная, межпредметная, практическая);

2) поиск решения задачи:

а) выявление взаимосвязей с другими разделами математики, с другими предметами или сферами деятельности, с жизненными ситуациями;

б) выявление особенностей числовых данных, нахождение недостающих данных или отсев лишних данных, выявление всех взаимосвязей между данными, разделение задачи на несколько более простых задач, если необходимо;

в) подбор уже известной или составление новой математической модели (уравнение, формула и т.д.);

г) работа с составленной математической моделью и оценка эффективности данной модели;

3) разрешение эффективной математической модели;

4) интерпретация полученного результата на языке условия задачи;

5) проверка полученного ответа (связь с реальностью, с математическими объектами и т.д.) и запись ответа;

6) анализ полученного результата и получение познавательных следствий (где может использоваться данный результат, какие задачи можно решить аналогичным способом, как можно решить задачу иначе, рациональнее и др.)

Если сравнить этапы решения познавательной компетентностной задачи с этапами решения обычной математической задачи, то видно, что при решении компетентностной задачи добавляется более детальный анализ текста задачи, анализ данных на избыток и недостаток, выявление взаимосвязей с разделами математики, с другими предметами и сферами деятельности, составление математической модели, интерпретация полученного результата. Причем интерпретации результата следует уделять особое значение. При решении обычной задачи эти этапы не всегда необходимы и очень часто пропускаются студентами. Поэтому необходимо разработать методические задания, направленные на отработку умений работать с компетентностными задачами, чтобы в дальнейшем при работе в школе это не вызывало затруднений.

Литература

1. Гусев В.А. и др. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей / В.А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1992. – 352 с.

2. Компетентностный подход в педагогическом образовании: Коллективная монография / Под ред. проф. В.А. Козырева, проф. Н.Ф. Радионовой и проф. А.П. Тряпициной.-СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2005.-392с.

3. Стефанова Н.Л., Понамарчук О.С. Составляющие предметной компетентности учителя математики // Академические чтения. – СПб.: Издательство СПбГИПСР, 2005. – Вып. 6: Компетентностный подход в современном образовании. – с. 175-177.

Перькова О.И., Сазанова Л.И.

ВСТРЕЧА С ПУШКИНЫМ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В статье приведены учебные задания по математике, содержащие познавательную информацию, связанную с творчеством А.С. Пушкина. Эти задания можно использовать на уроках и внеклассных занятиях. Отрывки из произведений А.С. Пушкина, которые даны в условиях заданий, позволят учителю заинтересовать учащихся, привлечь их внимание к стихам поэта.

Методический прием использования на уроках математики познавательной информации дает возможность воспитывать у детей любознательность, чувства национальной гордости и патриотизма.

Знаете ли вы?

Учащимся необходимо ответить на вопрос типа «Знаете ли вы?». К ответу даются «подсказки»: сведения историко-литературного характера и математические упражнения, которые необходимо выполнить.

1. Кто автор маленькой трагедии «Скупой рыцарь»?

1. Известно, что поэт родился в Москве. Отец его получил литературное образование, а его дядя был поэтом. И в мальчике рано пробудилась страсть к чтению, на одиннадцатом году он знал почти всю французскую литературу.

2. Выберите имя поэта из трех имен, которые зашифрованы по правилу, устанавливающему соответствие между множеством чисел и множеством букв. Расшифруйте его.

14	23	19	15	24	19	20	1
14	22	18	21	17	24		2
14	22	13	17	24			3

3. Имени автора маленькой трагедии «Скупой рыцарь» соответствует значение выражения:

$$\frac{12(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{\sqrt{3}\sin\alpha}$$

при условии, что α - острый угол, образованный двумя прямыми, проведенными через внутреннюю точку угла, равного 120°, параллельно его сторонам.