Павлов Е.В.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ И ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ИМЕЮЩЕГО НЕПОДВИЖНУЮ ОСЬ, С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

При изучении курса механики в ходе лабораторного практикума студентам предлагаются различные методы определения ускорения свободного падения тела. Простейшим и наиболее точным является определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника. Но, изучая механику твердого тела, студенты должны усвоить и основные закономерности и свойства колебательного движения твердого тела. Оказывается, что ускорение свободного падения можно определить и с помощью твердого тела, используемого как физический маятник. Усвоение студентами темы об особенностях колебательного движения твердого тела нельзя считать полным и всесторонним, если в ходе лабораторного практикума они не выполняли работ с физическим маятником.

Физический маятник — это твердое тело, которое имеет неподвижную ось вращения, не проходящую через его центр тяжести. Если это тело вывести из положения равновесия, то тело начнет совершать крутильные колебания вокруг оси. На рис. 1 представлено такое тело, которое соответствует определению физического маятника. Ось вращения маятника проходит через точку О перпендикулярно плоскости рисунка.

Точка С соответствует центру масс тела. Расстояние от центра масс С до оси вращения О равно d. В соответствии с теорией период колебаний физического маятника определяется по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}, \qquad (1).$$

где I — момент инерции тела относительно горизонтальной оси, проходящей через точку О перпендикулярно к чертежу, m –масса тела.

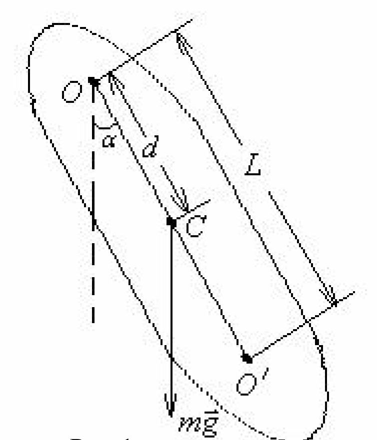

Рис. 1

В соответствии с этой формулой математический маятник, длина которого равна $L = \dfrac{I}{md}$, будет иметь тот же период колебаний, что и данный физический. Указанная длина L называется приведенной длиной физического маятника.

Точка, находящаяся на расстоянии L от оси вращения по линии, проходящей через центр масс, называется *<u>центром качания физического маятника.</u>* На рис. 1 центр качания – это точка O'. Зная приведенную длину L физического маятника, можно определить величину ускорения свободного падения по формуле:

$$g = 4\pi^2 \cdot \frac{L}{T^2}$$

Одно из свойств физического маятника заключается в том, что если в качестве точки подвеса использовать центр качания O', то период колебаний маятника будет тем же, что и в случае, когда точкой подвеса была точка O.

Обычно принято в качестве физического маятника использовать оборотный маятник (рис. 2). Этот маятник представляет собой металлический стержень, на котором жестко закреплены железные призмы A и A'. Вдоль стержня могут свободно перемещаться две металлические чечевицы B и D, причем чечевица B расположена между призмами, а чечевица D находится на одном из концов стержня. При выполнении лабораторной работы чечевицу B закрепляют неподвижно, а чечевицу D перемещают. При каждом положении чечевицы D определяют периоды T_1 и T_2 колебаний маятника, когда точками подвеса служат призмы A и A'. Перемещением чечевицы D находят такое ее положение, при котором периоды колебаний T_1 и T_2 совпадают. При достижении такого совпадения расстояние между призмами оказывается равным приведенной длине маятника. Зная приведенную длину маятника, можно вычислить ускорение свободного падения g.

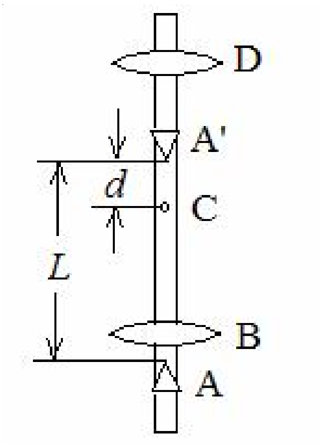

Рис. 2

Недостатком применения оборотного маятника является то, что операция по нахождению такого положения чечевицы D, при котором периоды колебаний T_1 и T_2 совпадают, оказывается довольно трудоемкой. Добиться точного совпадения периодов колебаний T_1 и T_2 не удается, так как при каждом перемещении чечевицы D изменяется как период колебаний T_1, так и период колебаний T_2. В результате точное их совпадение соответствует пределу, к которому нужно придти при большом (теоретически бесконечно большом) числе пробных шагов.

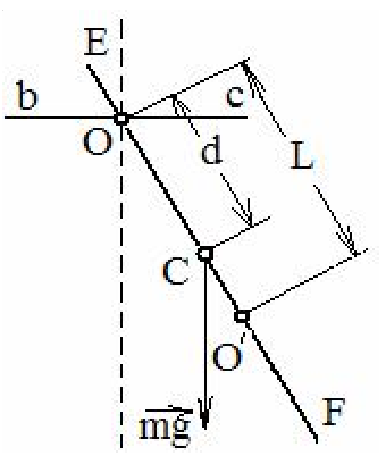

Рис. 3

В данной работе в качестве физического маятника предлагается использовать прямолинейный однородный металлический стержень *EF* длиной *l* (рис. 3). Ось маятника свободно лежит на горизонтально расположенных параллельных стержнях bc. Если использовать такой стержень, то можно легко найти положение центра масс. Для этого достаточно определить местоположение середины стержня. Затем измерить расстояние d.

Если ось вращения проходит через произвольную точку на стержне (кроме точки, совпадающей с центром масс), то, используя теорему Гюйгенса-Штейнера, можно вычислить момент инерции *I* стержня относительно этой оси: $I = I_0 + md^2$,

где $I_0 = \dfrac{1}{12}ml^2$ – момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс стержня перпендикулярно стержню.

Так как $I = \dfrac{1}{12}ml^2 + md^2$, то в соответствии с формулой (1) для вычисления ускорения свободного падения получается следующая формула:

$$g = 4\pi^2 \frac{l^2 + 12d^2}{12dT^2} . \qquad (2)$$

Приведенная длина этого физического маятника равна:

$$L = \frac{l^2 + 12d^2}{12d} . \qquad (3)$$

Если ось вращения проходит через конец стержня, то $d = \frac{l}{2}$ и тогда в соответствии с формулами (2) и (3) получаем:

$$g = \frac{8\pi^2}{3T^2} l, \qquad (4)$$

$$L = \frac{2}{3} l \approx 0{,}666\, l. \qquad (5)$$

Мы видим, что в данном случае для определения ускорения свободного падения g в соответствии с формулой (4) достаточно измерить только длину стержня l и период его колебаний.

Согласно результату (5) можно заключить, что если использовать математический маятник, у которого длина нити составляет две трети длины стержня, и маятник, ось которого проходит через конец этого стержня, то периоды колебаний стержня и математического маятника окажутся одинаковыми. Для студентов такой конкретный результат не может не быть интересным, тем более, что его сразу легко можно проверить экспериментально.

Оказывается, что для приведенной длины физического маятника существует минимально возможная величина. Для ее нахождения введем коэффициент k и в формуле (3) вместо L используем kl. Далее, анализируя дискриминант получившегося на основании (3) квадратного уравнения $12d^2 - 12kld + l^2 = 0$, мы получим, что k не может быть меньше $1/\sqrt{3} \approx 0{,}577$ и, следовательно, приведенная длина L не может быть меньше $0{,}577\, l$.

Таким образом, используя наш вариант физического маятника, можно решить следующие задачи:

1. По формуле (4) можно вычислить ускорение свободного падения g путем измерения только длины l стержня и периода колебаний маятника, если точка подвеса совмещена с одним из концов стержня. Этот способ позволяет с большей точностью определить g по сравнению с тем, когда используется оборотный маятник.

2. Непосредственно зная величину приведенной длины физического маятника $L = \frac{2}{3} l \approx 0{,}666\, l$ для случая, когда точка подвеса O совпадает с концом стержня, можно легко найти на маятнике центр качания O' и убедиться в том, что если в качестве точки подвеса использовать центр качания O', то период колебаний маятника будет тем же, что и в случае, когда точкой подвеса была точка O.

3. Ускорение свободного падения можно определять и по общей формуле (2) при разных значениях d и убедиться в преимуществе определения g по формуле (4).

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Механика. – Т.1.– М.: Наука, 2006.
2. Архангельский М.М. Курс физики. Механика. – М.: Просвещение. 1975.
3. Физический практикум / Под ред. В.И. Иверонововой. – М.: Наука, 1968.

Фесенко Б.И.

ГАЛАКТИКИ И ЗВЁЗДЫ

Изучается распределение галактик в окрестностях звезд ярче $V = 7.25^m$. Оказалось, что в этих областях плотность числа галактик несколько понижена. Данный результат статистически значим и он не может быть объяснен прямым эффектом протяженных фотографических изображений звезд. По-видимому, сказывается присутствие в окрестностях некоторых звезд пыли, рассеивающей свет звёзд и ослабляющей свет галактик.

1. О распределении внегалактических объектов в пространстве судят по их видимому распределению на небесной сфере. Поэтому важно знать, как влияют на это распределение протяженные полупрозрачные объекты Галактики, сквозь которые мы наблюдаем Вселенную. Это - газопылевые облака всевозможных размеров и форм. Некоторые из них могут быть связаны с отдельными звёздами. Цель данной заметки состоит в сравнении плотностей чисел галактик вокруг звёзд и в случайно выбранных площадках неба.

2. Использовались результаты подсчётов галактик ярче 19^m, выполненных в Ликской обсерватории [1]. Эти данные опубликованы для частично перекрывающихся **полей** размерами 6^0x6^0, разбитыми на **площадки** 1^0x1^0. Нами были рассмотрены поля, центры которых расположены не далее 32^0 от северного галактического полюса и с типичным числом галактик в площадке около 60. Здесь эффект неравномерного межзвёздного ослабления света обычно считается пренебрежимо малым.

Звезды, вокруг которых изучалось распределение галактик, брались из Московского каталога [2]. Нами предел блеска V был принят равным $7{,}25^m$.

Расчёты велись с помощью компьютерной программы. Для каждой из 607 звёзд находилась площадка 1^0x1^0 подсчетов [1], в которую эта звезда попала, и число галактик k в этой площадке делилось на среднее число l галактик в остальных площадках того же поля. Полученные значения (обозначим их Z) усреднялись по всем звездам. Для контроля аналогичное отношение k/l находилось для произвольных площадок, не связанных заранее со звёздами (обозначим его Y), причем использовалось среднее для 100 реализаций этого процесса.

Для всей этой выборки получено:

$$\langle Z\rangle = 0.962 \pm 0.0123 \qquad (1)$$

и

$$\langle Y\rangle = 1{,}0029 \pm 0{,}0013. \qquad (2)$$

(Как можно показать, ожидаемые при отсутствии искомого эффекта теоретические значения величин $\langle Z\rangle$ и $\langle Y\rangle$ должны быть чуть больше единицы, так как в дробях k/l случайные колебания знаменателя приводят к небольшому систематическому завышению значения дроби $\langle k / l \rangle$ по сравнению с дробью $\langle k \rangle / \langle l \rangle$). Сопоставляя равенства (1) и (2), приходим к выводу, что присутствие звезды ярче $7{,}25^m$ в элементарной площадке уменьшает число наблюдаемых там галактик в среднем на 4%. Относительное стандартное отклонение этого значения составляет 0,32. Влияние некоторых звезд на числа галактик, наблюдаемых по соседству (на сфере), можно считать довольно вероятным.