Гаваза Т.А.

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ КУРСА МАТЕМАТИКИ НА ГУМАНИТАРНЫХ ФАКУЛЬТЕТАХ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ВУЗА

Согласно действующему Государственному образовательному стандарту высшего образования математика входит в блок естественнонаучных и общих математических дисциплин, который с 1995 года является обязательным для всех специальностей, и основным назначением которого является формирование ключевых компетентностей специалиста. Однако изучение математики может способствовать также формированию общепрофессиональных и специальных компетентностей студентов гуманитарных специальностей.

Современное общество нуждается не в узких специалистах, а во всесторонне развитых социально-активных людях, имеющих фундаментальное научное образование, богатую внутреннюю культуру. В педагогическом вузе студентов готовят к осуществлению профессиональной педагогической деятельности, которая основана на требованиях, предъявляемых обществом к педагогу как специалисту с высшим образованием. В соответствии с этим высшей целью педагогического образования является профессионально-личностное развитие и саморазвитие будущего учителя. Результатом достижения данной цели является формирование общей и профессиональной культуры педагога.

Общая культура учителя любой специальности предполагает наличие у него верного представления о целостной гуманитарной и естественнонаучной картине мира, истории развития человеческого знания и взаимосвязи существующих наук, знания основных закономерностей развития природы и общества, форм и методов научного познания окружающего мира. Исходя из этого, задача педагогического вуза сегодня состоит в том, чтобы предложить студенту системные знания о закономерных взаимосвязях человека с природой, культурой, обществом, государством, о процессах становления личности, развивающихся в мире ценностей, в отношениях к другому человеку и к самому себе. Помочь овладеть критериями оценки социальных и природных явлений, феноменов культуры, а также способов добывания и интерпретации научной информации, ее обработки и хранения. Полученные знания являются общими для всех учительских специальностей и частью профессионально – ориентированного знания, позволяющего видеть “свой” предмет в учебном процессе средней школы.

Решение данной задачи будет неполным без математической составляющей, так как по своему историческому развитию математика является неотъемлемой частью человеческой культуры. Она участвует в формировании духовного мира человечества, равно как и искусство, поэтому каждому человеку полезно знать фрагменты истории этой науки, имена ее творцов, сущность их вклада в нее, ход научной эволюции, преодоление ошибок. Кроме того, философское постижение Мира, его общих закономерностей и основных научных концепций также невозможно без математики. Она связана с двумя основными философскими концепциями устройства Мира, которые характеризуются словами Порядок и Хаос, является языком естествознания и техники. Что касается методов научного изучения окружающей действительности, то математические методы по возможности используются не только в науках близких к математике, но и в сугубо гуманитарных науках, таких как педагогика, лингвистика, языкознание, история и др. Проведем краткий обзор использования математики в гуманитарных науках.

Математические методы в педагогике.

В педагогике в настоящее время для исследования проблем закономерностей обучения используют как качественные, так и количественные методы. Почти до конца XIX века педагогика, представляя раздел философии, пользовалась только умозрительными (качественными) методами. Под влиянием экспериментальной психологии, использующей количественные методы, принятые в естествознании, возникла экспериментальная педагогика, в частности бихевиористического направления, которая количественно описывает параметры массового обучения. Применение того или иного метода широко обсуждается педагогической общественностью. Существуют сторонники и противники как первого, так и второго методов. В частности, с появлением психологической теории Л.С. Выготского вновь разгорелись споры о соотношении качественных и количественных методов в педагогике. Это объясняется тем, что количественные законы обучения не могут в полной мере объяснить сущность умственного развития учащихся в обучении, формирования высших психических функций, не затрагивают вопросов освоения культурного развития. Однако сам Л.С. Выготский не противопоставлял различные методы друг другу, так как они имеют не только различное назначение, но и предметы преобразования, средства и результаты. Гипотетико-дедуктивные методы (методы теоретического анализа) предназначены для выявления параметров или характеристик различных элементов учебного процесса и построения моделей учения, преподавания и их взаимосвязей. То есть, методы качественного анализа служат для установления детерминант в теории и методике обучения. Методы математической статистики используются для определения интенсивности характеристик, разброса параметров и других статистических величин, позволяющих оптимизировать методику обучения. Можно сказать, что обе группы методов дополняют друг друга, а не исключают. Во второй половине XX века, в связи с появлением ЭВМ, в педагогике стал применяться метод математического моделирования. В частности, стали создаваться вероятностные модели обучения. Метод моделирования для педагогической науки ценен тем, что на его основе исследования становятся более результативными, так как появляется возможность подвергать проверке те основания, на которых строятся исходные понятия и гипотезы. Кроме того, данные, полученные на моделях обучения, могут иметь существенное значение для построения основ самого учебного процесса.

Математические методы в лингвистике, языкознании.

В последние несколько десятилетий проникновение математических методов исследования в гуманитарные науки сделалось особенно широкими и стремительными. При этом речь идет не о простых вычислительных или измерительных операциях, но и о сравнительно сложном аппарате математики.

Когда во второй половине 50-х годов XX столетия некоторые лингвисты задумались о применении математических методов для исследования структуры языка и начали сотрудничать с математиками, это вызвало у очень многих их коллег удивление и даже шок – ведь они с детства были убеждены, что гуманитарные науки, одной из которых является лингвистика, с математикой и другими “точными” науками не имеют и не могут иметь ничего общего. Между тем наличие тесной связи между естественным языком и математикой вовсе не было в то время новым открытием. Возникшее в Древней Греции учение о грамматических категориях уже представляло собой описание ряда важнейших аспектов строения языка с помощью абстрактных моделей, близких по стилю к тем моделям, которые были созданы древнегреческими математиками для описания пространственных форм.

Проникновение математических методов в лингвистику обусловлено двумя причинами.

Во-первых, развитие языковедческой теории и практики требует введения все более точных и объективных методов анализа языка и текста.

Во-вторых, все расширяющиеся контакты языкознания с другими науками, например, с акустикой, физиологией высшей нервной деятельности, кибернетикой и вычислительной техникой, могут осуществляться только при использовании математического языка, обладающего высокой степенью общности и универсальности для различных отраслей знаний. Особенно настойчиво математизируется языкознание в связи с использованием естественного языка в информационных и управленческих системах человек-машина-человек. В действующих системах машинного перевода, человеко-машинного диалога всякое сообщение на естественном языке перекодируется в математическом языке компьютера.

В настоящее время существует два основных направления в применении математики к лингвистике и языкознанию. Первое направление связано со структурной лингвистикой, основной целью которой является изучение языка как определенного рода организованной структуры, выявление законов организации данной структуры и методов ее функционирования. Математические методы, применяемые для достижения данной цели, являются составляющими компонентами такой науки, как математическая лингвистика. При этом объектом изучения математической лингвистики являются не конкретные языки, а абстрактные модели различных аспектов языка. Основой аппарата исследования математической лингвистики являются методы математической логики, абстрактной алгебры, комбинаторные методы, методы теории вероятностей и математической статистики. В зависимости от того, какие свойства языка изучаются, и какие разделы математики способствуют получению наиболее эффективных результатов, различают теоретико-множественную (структурную) модель языка, алгоритмическую и вероятностную (статистическую) модели языка.

В основе первой модели лежит структурный анализ, который можно рассматривать как приложение теории множеств к исследованию языка. В основе второй модели – теория алгоритмов, которая использует понятия математической логики, в частности теории рекурсивных функций, что непосредственно связано с понятием множества. В данных моделях предметом математической лингвистики является изучение грамматики, порождающей текст. При этом грамматика понимается как конечное множество детерминированных правил, в том числе неграмматических, а язык рассматривается как бесконечное число регулярных цепочек слов, порождаемых этой грамматикой.

Третья модель основана на вероятностных свойствах языка. Текст (речь) представляет собой линейную цепочку ограниченных друг от друга (дискретных) символов (фонем, слогов, букв, слов). Каждый из символов встречается в тексте с определенной частотой и обладает особыми валентностями, т.е. лингвистическими способностями сочетаться с другими символами. Эти свойства лингвистических единиц в тексте описывается в терминах теории вероятностей и математической статистики. К ним может быть применен также аппарат теории информации, с помощью которого удается количественно оценить как структурную организацию текста, так и заключенную в нем смысловую информацию.

Например, побуквенное распределение синтактической информации I в слове можно представить в виде следующего аналитического выражения: $I(n) = I_0 e^{-sn}$, где в качестве аргумента выступает номер буквы слова *n*, *I*(*n*) - количество информации, которое несет буква *n*, параметр I_0 (называемый информацией алфавита) показывает максимальную величину информации, которую несла бы буква языка, использующего алфавит S, параметр s показывает темп нарастания ограничений, накладываемых системой нормой языка на неопределенность выбора *n-ой* буквы слова при условии, что цепочка букв, находящихся слева, уже известна. Смысл данного выражения в том, что начальные буквы письменного слова несут значительно больше информации, чем буквы, находящиеся в его середине и на конце.

Второе направление связано с традиционной лингвистикой, которая главным образом изучает и описывает язык, не пытаясь проникнуть в его суть. В данном случае говорят о статистических методах исследования языка. Применение теории вероятностей и математической статистики в изучении языка и особенно литературы началось в начале XX века. В числе первых исследователей, применявших статистку при изучении языка, были Андрей Белый и А. А. Марков. Первый проводил статистическое исследование различных форм русского стиха. А.А. Марков изучал распределение гласных и согласных в русской речи, результаты его исследования впоследствии переросли в математическую теорию, которая получила название теория Марковских цепей. При помощи методов математической статистики осуществляются исследования в области исторической лингвистики, теории стиха, математические методы используются при создании частотных словарей, при изучении языковых и речевых стилей и др.

Возможность использования статистики в изучении языка основана на том, что любой текст содержит повторяющиеся элементы. Изучение закономерностей повторения этих элементов и частот, с которыми они встречаются в тексте, дает возможность выявить статистические законы языка. Рассмотрим в качестве примера закон Ципфа.

Как известно, помимо двуязычных, толковых и энциклопедических словарей существуют особые, так называемые частотные словари. В частотных словарях слова расположены в порядке убывания их частоты. Возникает вопрос: " Существует ли какая-нибудь закономерность в этом убывании?" Ответ на этот вопрос дает закон Ципфа. Пусть n - номер слова в словаре, p_n - относительная частота этого слова в текстах, тогда закономерность убывания частоты слова выражается формулой: $p_n \approx \dfrac{1}{10 \cdot n}$. Например, если $n = 100$, то $p_n \approx \dfrac{1}{1000}$. То есть слово встречается 1 раз на 1000 других слов. Впоследствии этот закон неоднократно проверялся на материале различных языков. Была установлена более точная зависимость: $p_n \approx \dfrac{k}{n^g}$, где k - число, близкое к 0,1 , g - число, стремящееся к 1. Причем данные показатели несколько изменяются от языка к языку и от автора к автору. Более всего по величинам k и g от обычной речи отклоняется детская речь. Закон Ципфа показывает, что, хотя полный словарь любого развитого языка содержит сотни тысяч слов, первая тысяча самых употребляемых слов занимает около 80% в текстах. Это объясняется тем, что $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_{1000} = \dfrac{1}{10 \cdot 1} + \dfrac{1}{10 \cdot 2} + \dfrac{1}{10 \cdot 3} + \ldots \dfrac{1}{10 \cdot 1000} \approx 0{,}8 \approx 80\%$. Этот факт учитывается при создании словарей для машинного перевода. На этом законе основан своеобразный язык Basic English, который представляет собой крайне упрощенный вариант английского языка. Словарь этого языка содержит около 1000 слов, которых достаточно для общения.

Как известно, в любом языке с течением времени обновляется словарный запас: часть слов устаревает и забывается, для выражения новых понятий появляются новые слова. Этот процесс обновления словаря подчиняется определенным закономерностям. Подсчеты показали, что за один и тот же промежуток времени в разных языках изменяется приблизительно одна и та же доля слов. А именно, за 1000 лет утрачивается около 14% слов. Тот факт, что обновление словаря любого языка подчиняется некоторому закону, позволяет, зная словарный состав языка в какую-либо другую эпоху и в наше время, определить более или менее точно промежуток времени, отделяющий нас от этой эпохи.

Делается это так. Для древнего состояния языка составляется так называемый основной словарь, состоящий из "вечных" слов. Он состоит из слов, которые не зависят от культурного уровня и исторических изменений, таких как название частей тела, явлений природы, простейших действий.

Пусть взят словарь, состоящий из N_0 слов. Далее составляется список слов современного языка, которые выражают те же понятия. Количество этих слов равно N_0. Пусть из этого количества слов совпадают со словами древнего списка N слов. Тогда по формуле $l = \dfrac{N}{N_0}$ можно найти долю слов, сохранившихся в основном словаре. Промежуток времени (в тысячелетиях), отделяющих современное состояние языка от древнего, вычисляется по формуле: $t = \dfrac{\lg l}{\lg l_0}$, где $l_0 = 0{,}86$ - доля слов, которые сохранились неизменными в течение 1000 лет.

Приведенные выше рассуждения используются так же при сравнении двух современных языков, имеющих общего предка. Для каждого из этих языков составляется основной словарь. Если L – доля слов, общих для этих словарей, то время t, прошедшее с эпохи разделения языка-предка на два языка, вычисляется по формуле: $t = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lg L}{\lg L_0}$. Эта формула нашла историческое подтверждение. Сравнение основных словарей немецкого и английского языков дает L= 0.82. Тогда вычисляя t по формуле, получаем t=1,3 тысячелетия, что соответствует разделению этих языков в 6 веке до нашей эры. Исторические данные подтверждают эту дату. Известно, что германские племена англов и саксов переселились с Европейского материка на Британские острова именно в эту эпоху.

При моделировании языка во времени (диахроническая лингвистика), географическом пространстве (диалектология), а также в специально-профессиональном и художественном континууме (социолингвистика и стилистика) для получения более точных результатов используются понятия бесконечного множества, непрерывности, предельного перехода, то есть понятия, составляющие основу математического анализа.

Математика и история.

Возможность использования математических методов в исторических исследованиях в настоящее время больше связана с вопросом, где и как лучше применять математику, чем с вопросом, а нужно ли ее применять вообще. При этом математику рассматривают не только как аппарат, помогающий историку в счетной работе и ускоряющий его труд, но и как аппарат, оказывающий влияние на подход к проблеме, на характер используемых источников, на сбор и обработку первичных данных, на направление и содержание анализа данных и, наконец, имеющий важное значение для проверки выводов исследователя. Объект исторических исследований, а также методика проведения этих исследований предполагает, что наиболее целесообразно при исторических исследованиях использовать методы математической статистики. Так очень часто перед историками стоит одна из двух проблем: как по немногим сохранившимся данным получить широкую и достоверную историческую картину, и как из многочисленных сведений отобрать минимальное количество данных, по которым можно было бы судить обо всем явлении в целом. Обе проблемы хорошо решаются с помощью хорошо разработанного в математической статистике выборочного метода. Для характеристики некоторых явлений с количественной точки зрения могут быть использованы такие понятия, как среднее значение, показатели вариации (дисперсия, среднеквадратическое отклонение, размах и др.), количественные показатели взаимосвязи и взаимозависимости качественных характеристик (понятия регрессионного и корреляционного анализа).

Например, выборочный метод в историографии был применен к анализу движения хлебных цен в России в XVIII веке. Основной задачей, которого являлось определение средних цен на хлеб по отдельным губерниям, районам и по России в целом за каждый год XVIII века и выявление динамики хлебных цен за столетие. Однако, изучение источников, хранящихся в архивах, показало недостаточность данных для составления таблиц с непрерывным рядом цен по российским городам. Например, за 1708 год имелись данные только по 36 уездам. Из 100 лет только за 1744-1773 и 1796-1801 года сохранились данные по большинству городов России. После сбора и обработки сохранившихся сведений о хлебных ценах открывалось два пути дальнейшего исследования:

1) проанализировать движение цен, не выходя за границы, указываемые собранными данными о ценах;

2) дать общую картину движения цен по всей России, используя аппарат математической статистики, а именно, понятие среднего значения, дисперсии, среднего квадратического отклонения, доверительного интервала.

При наличии разрозненных сведений для получения общей картины движения хлебных цен в России в XVIII веке необходимо применить выборочный метод. Выборкой в данном случае считается совокупность сохранившихся сведений о хлебных ценах за определенный год, данная выборка образовалась стихийно. Генеральная совокупность – это совокупность всех сохранившихся и несохранившихся данных о хлебных ценах за этот год. Рассмотрим данные за 1708 год. Рассчитаем среднюю цену на хлеб, показатель отклонения от среднего значения и построим доверительный интервал для среднего значения генеральной совокупности с вероятностью 0,95 по следующим данным:

Уезд	Цена (в коп.)	Уезд	Цена (в коп.)	Уезд	Цена (в коп.)
1.	40	2.	43	3.	40
4.	80	5.	74	6.	40
7.	55	8.	42	9.	42
10.	50	11.	40	12.	43
13.	43	14.	35	15.	40
16.	30	17.	36	18.	50
19.	30	20.	29	21.	45
22.	40	23.	42	24.	40
25.	36	26.	50	27.	30
28.	24	29.	25	30.	40
31.	32	32.	30	33.	20
34.	30	35.	25	36.	32

Среднее значение признака, которым является цена на хлеб в 1708 году, находится по формуле: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$, где n - объем выборки. По имеющимся данным получаем, что

$$\bar{x} = \frac{1}{36} \cdot 1336 = 37{,}1 коп.$$

Среднее квадратическое (стандартное) отклонение находится по формуле

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum x_i^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{36} \cdot 58948 - 37{,}1^2} = 16{,}16 коп.$$

Таким образом, получаем, что по данным выборки средняя цена на хлеб в России в 1708 году составляла 37 копеек со стандартным отклонением 16 копеек. Рассчитав коэффициент вариации $V = \frac{S_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{16{,}16}{37{,}1} \cdot 100\% = 43{,}55\%$, получаем, что выборка является неоднородной, а, значит, целесообразно еще провести анализ цен на хлеб по районам.

Выясним, насколько средние цены на хлеб, вычисленные по данным выборки, могут отличаться от действительных средних хлебных цен, которые были бы получены, если бы в распоряжении историка оказались данные за этот год по всем уездам России. Другими словами, определим среднюю ошибку выборки, предельную ошибку выборки и построим доверительный интервал.

Средняя ошибка для повторной выборки находится по формуле $m_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}, где\ s_x = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot S_x^2}$ (исправленное среднее квадратическое отклонение). Подставив данные, получаем $m_{\bar{x}} = \dfrac{16{,}38}{\sqrt{36}} = 2{,}73$ коп.

Предельная ошибка $\Delta = t \cdot m$, где значение t зависит от значения вероятности, с которым строится доверительный интервал. При p = 0,95 имеем t = 1,96. Таким образом, получаем $\Delta = 1{,}96 \cdot 2{,}37 = 5{,}35$ коп..

Доверительный интервал: $\overline{x_в} - \Delta < \overline{x}_{ген} < \overline{x_в} + \Delta$. Получаем, что средняя цена на хлеб в 1708 году по России с вероятностью 95% могла изменяться в пределах от 31,75 копеек до 42,45 копеек.

Используя аппарат математической статистики в ходе исследования, исследователям удалось определить средние цены по 10 районам России и среднероссийские цены за каждый год XVIII века. Оказалось, что цены на хлеб за XVIII век выросли в 5,7 раза, что в свою очередь (по словам историков) свидетельствует о революции цен в России.

Произведя краткий обзор использования математического аппарата в педагогике, лингвистике, языкознании и истории, можно сделать следующий вывод: изучение основ дискретной математики, теории множеств, теории вероятностей и математической статистики действительно может способствовать формированию общепрофессиональных и специальных компетентностей будущих учителей филологии, иностранного языка и истории. Однако возникшее в начале Нового времени “разделение факультетов” привело к тому, что большинство “гуманитариев”, получавших образование не в классических университетах, ничего не знают об азах как раз тех разделов математики, которые имеют наибольшее значение для гуманитарных наук и представляют себе математика как человека, занятого исключительно вычислениями.

В середине XIX столетия, говоря словами великого биолога и великого мыслителя Конрада Лоренца, “в зловредной стене между естественными и гуманитарными науками” была пробита первая брешь в самом тонком месте, отделявшем логику от математики. В XX столетии появились и другие бреши – среди них и та, которую пробили с двух сторон математики и лингвисты, - но их все еще мало, стена крепка до сих пор, и нет недостатка в усилиях с обеих сторон укреплять ее и дальше. Поэтому включение системных знаний из области математики, естествознания, информатики в гуманитарное направление высшего образования можно назвать очередной брешью в стене между естественными и гуманитарными науками, которое способствует их сближению и дальнейшему развитию.

Литература

1. Андреев Н.Д. Статистико-комбинаторные методы в теоретическом и прикладном языковедении. Л.: Наука, 1967. – 403 с.

2. Арапов М.В., Херц М.М. – Математические методы в исторической лингвистике. – М.: Наука, 1974. – 166 с.

3. Гласс Дж., Стенли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. / Пер. с англ. Под общ. ред. Ю.П. Адлера. – М.: Прогресс, 1976. – 495 с.

4. Гладкий А.В. Язык, математика и лингвистика // Математика в школе. – 1994. - №1. – с.2-9.

5. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. – М.: Просвещение,1985. – 191 с.

6. Крейдлин Г.Е., Шмелев А.Д. Математика помогает лингвистике. – М.: Просвещение, 1994. – 174 с.

7. Левин Ю.И. Математика и языкознание. – М.: Знание, 1964.

8. Миронов Б.Н., Степанов З.В. Историк и математика: (математические методы в историческом исследовании). – Л.: Наука, 1976. – 184 с.

9. Пиотровский Р.Г., Бектаев К.Б., Пиотровская А.А. Математическая лингвистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 383 с.

10. Шрейдер Ю.А. О понятии математической модели языка. – М.: Знание, 1971.